

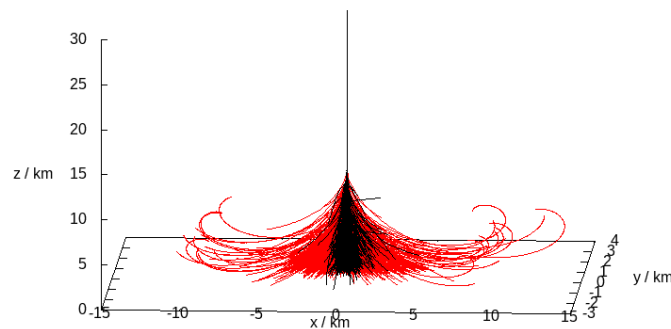
# Implementierung von Magnetfeldern in CORSIKA 8

(Implementation of magnetic fields  
in CORSIKA 8)

Bachelorarbeit  
von

André Schmidt

am Institut für Astroteilchenphysik



Referent: Dr. Ralf Ulrich  
Korreferent: Prof. Dr. Ralph Engel

Bearbeitungszeit: 1.6.2020 – 20.10.2020



# Erklärung zur Selbstständigkeit

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, die wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche kenntlich gemacht und die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der gültigen Fassung vom 17.05.2010 beachtet habe.

Karlsruhe, den 25. Oktober 2020, \_\_\_\_\_

André Schmidt

Als Ansichtsexemplar genehmigt von

Karlsruhe, den 25. Oktober 2020, \_\_\_\_\_

Dr. Ralf Ulrich



# Kurzfassung

Kosmische Strahlung ist eine hochenergetische Teilchenstrahlung aus verschiedenen Quellen des Weltalls. Beim Eintreten in unsere Atmosphäre wechselwirkt diese Strahlung mit Atomkernen in der Luft. Dies ist der Auslöser für sogenannte Luftschaauer. Mithilfe des Programms CORSIKA können solche Wechselwirkungen und die daraus entstehenden Teilchenschauer simuliert werden. Das Programm modelliert die Wechselwirkungen und Flugbahnen der Teilchen durch die Atmosphäre. Durch das Erdmagnetfeld werden die Teilchen jedoch von ihrer ursprünglichen Flugbahn abgelenkt.

In dieser Arbeit werden verschiedene numerische Methoden getestet, die den Einfluss eines Magnetfeldes auf Teilchen beschreiben. Dies ist besonders relevant für die Emission von Radiowellen, da diese hauptsächlich durch das Erdmagnetfeld entstehen. Die vorteilhafteste Methode wird abschließend in die neue Version von CORSIKA, namens CORSIKA 8, eingebaut. Bei der verwendeten Methode handelt es sich um den sogenannten Leap-Frog-Algorithmus, welcher eine Strecke in zwei Hälften unterteilt. Nach dem Zurücklegen der ersten Hälfte wird die Richtung der Strecke abhängig von dem Magnetfeld aktualisiert. Mit dieser aktualisierten Richtung wird die zweite Hälfte absolviert. Dieses Verfahren ist sehr erfolgreich, da es wenig Rechenaufwand benötigt und weitere analytische Berechnungen zulässt.

*Cosmic rays are high energy particle beams from different sources in space. When entering our atmosphere, this radiation interacts with atomic nuclei in the air. This causes the start of an air shower. With the help of the CORSIKA program, such interactions and the resulting particle showers can be simulated. The program models the interactions and trajectories of the particles throughout the atmosphere. However, the geomagnetic field can deflect the particles from their original trajectory.*

*In this thesis different methods are tested to describe the influence of a magnetic field on particles. This is particularly relevant for radio emissions, as these are mainly caused by geomagnetic emission. The most advantageous method is finally incorporated into the new version of CORSIKA, called CORSIKA 8. The used method is the so-called Leap-Frog-Algorithm, which divides a track into two halves. After the first half is completed, the direction of the distance is updated depending on the magnetic field. With this updated direction the second half is passed. This process is very successful, because it requires little computational effort and allows further analytical calculations.*



# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b>	<b>v</b>
<b>Abkürzungen und Formelzeichen</b>	<b>ix</b>
<b>1. Theoretischer Hintergrund</b>	<b>1</b>
1.1. Teilchenschauer . . . . .	1
1.2. CORSIKA . . . . .	1
1.3. Einfluss eines Magnetfeldes . . . . .	3
<b>2. Vergleich von Algorithmen</b>	<b>5</b>
2.1. Methoden . . . . .	5
2.1.1. Euler-Verfahren . . . . .	5
2.1.2. Leap-Frog-Algorithmus . . . . .	7
2.1.3. Runge-Kutta-Verfahren . . . . .	9
2.1.4. Boris-Algorithmus . . . . .	11
2.1.5. Vergleich der numerischen Lösungsmethoden . . . . .	13
2.1.6. Andere Methoden . . . . .	14
2.2. Implementierung in CORSIKA 8 . . . . .	14
2.2.1. Ereignisse in einem Luftschauer . . . . .	14
2.2.2. Genauigkeit der Schrittlänge . . . . .	19
<b>3. Datenanalyse</b>	<b>23</b>
3.1. Voraussetzungen . . . . .	23
3.2. Myonen und Antimyonen . . . . .	23
3.3. Einfluss der Teilchenenergie . . . . .	25
<b>4. Ausblick</b>	<b>27</b>
<b>5. Fazit</b>	<b>29</b>
<b>Anhang</b>	<b>31</b>
A. Anhang zu 2.2.1. Luftschauer Ereignisse . . . . .	31
B. Anhang zu 2.2.2. Schrittlänge . . . . .	33
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>35</b>





# Abkürzungen und Formelzeichen

**Tabelle 1.:** Verwendete Abkürzungen und Formelzeichen.

Formelzeichen	Bedeutung
$p, \rho$	relativistischer Impuls, Betrag des Impulses
$B$	magnetische Flussdichte
$F, F_L, F_C$	Kraft, Lorentzkraft, Coulombkraft
$E$	elektrische Feldstärke
$p$	Komponente des relativistischen Impulses senkrecht zum Magnetfeld
$\hat{u}, \hat{u}_n$	Bewegungsrichtung, $\hat{u} = \frac{v}{ v }$
$v$	Geschwindigkeit
$q$	Ladung
$t$	Zeit
$s$	Strecke
	Lorentzfaktor
$c$	Lichtgeschwindigkeit
$\tau$	mittlere Lebensdauer
	Wechselwirkungslänge
$l$	Schrittlänge
$B$	Bogenlänge
$L$	Leap-Frog-Länge
$S$	Abstand zwischen Anfangs- und Endpunkt
$D$	relative Differenz zwischen $L$ und $S$ , $D = \frac{L}{S} - 1$
$r_g$	Gyroradius, $r_g = \frac{p_{\perp}}{ qB }$
$M$	Mittelpunkt einer Sphäre, eines Kreises
$n$	Normalenvektor einer Ebene
	Winkel um den eine Flugbahn durch das Magnetfeld abgelenkt wird
NN	Normalnull



# 1. Theoretischer Hintergrund

## 1.1. Teilchenschauer

Ein Teilchenschauer (auch Teilchenkaskade genannt) entsteht, wenn ein hochenergetisches Primärteilchen auf Materie trifft. Das Teilchen interagiert mit den Bestandteilen der Materie, wodurch Sekundärteilchen entstehen. Diese Teilchen können erneut mit der Materie wechselwirken, wodurch wiederum neue Teilchen entstehen. Dies geschieht solange bis die Energie der emittierten Produkte zu gering ist, sodass sie keine weiteren Teilchen mehr produzieren können.

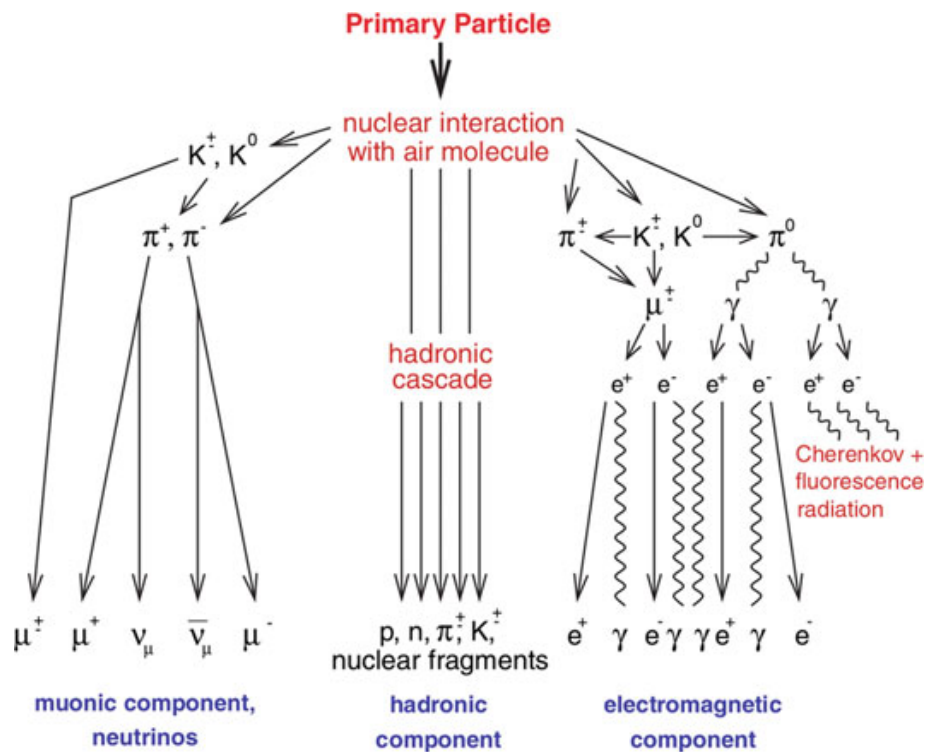
Der Luftschauer ist eine Art des Teilchenschauers. Dabei trifft kosmische Strahlung auf die Erdatmosphäre. Kosmische Strahlung geht von Quellen aus, die sich nicht auf der Erde befinden und besteht in den meisten Fällen aus Atomkernen wie Protonen und Heliumkernen. Ein geringer Anteil aus Elektronen oder Photonen kann auch enthalten sein. Kosmische Strahlung kann Energien erreichen ( $\sim 10^{20}\text{eV}$ ), die bis jetzt nicht im Labor repliziert werden können, weswegen die Untersuchung dieser Strahlung besonders interessant ist.

Wenn das Primärteilchen eines Teilchenschauers ein Photon oder ein Elektron ist, so entsteht ein elektromagnetischer Schauer. Photonen erzeugen ein Elektron-Positron-Paar. Hochenergetische Elektronen und Positronen ( $\sim 100\text{MeV}$ ) werden durch die Materie abgebremst und geben Bremsstrahlung in Form von Photonen ab, wodurch wiederum Paarbildung stattfinden kann.

Ist das Primärteilchen ein Atomkern oder ein anderes Hadron, so entsteht ein hadronischer Schauer. Hadronen können über die starke Wechselwirkung oder im Falle eines geladenen Hadrons über die elektromagnetische Wechselwirkung mit der Materie interagieren. Über die starke Wechselwirkung entstehen weitere Hadronen wie Protonen, Neutronen, Pionen und Kaonen. Abgesehen von Protonen sind diese Teilchen instabil. Geladene Pionen und Kaonen können zum Beispiel in Myonen und Neutrinos zerfallen. Neutrale Pionen zerfallen hauptsächlich in Photonen. Zusammen mit dem Zerfall von Myonen sorgen sie somit für einen elektromagnetischen Anteil im hadronischen Schauer. In Abbildung 1.1 wird ein hadronischer Luftschauer schematisch dargestellt, wobei die entstehenden Teilchen in drei Gruppen unterteilt werden [EHP11].

## 1.2. CORSIKA

CORSIKA ist eine Monte-Carlo-Simulation für Luftschauer und steht für **CO**smic **R**ay **SI**mulation for **KA**scade. Das Programm simuliert die Entwicklung eines Teilchenschauers ausgehend von dem Primärteilchen. Dafür können unterschiedliche Parameter, wie zum Beispiel Zenithwinkel, Energie und Teilchenart eingestellt werden. Die Reaktionen der Teilchen werden dabei durch unterschiedliche Modelle, wie beispielsweise QGSJET [Ost11] und SIBYLL [REF<sup>+</sup>20], generiert. Zwischen den Reaktionen wird die Flugbahn der Teilchen



**Abbildung 1.1.:** Skizze eines hadronischen Luftschauers, Unterteilung der Sekundärteilchen in 3 Gruppen, Quelle: [HRR03].

verfolgt und kontinuierliche Prozesse angewendet. Arten dieser Prozesse sind etwa die Ablenkung durch das Erdmagnetfeld oder Energieverlust durch Ionisierung. Variablen, die in einem simulierten Schauer erzeugt wurden, können zur Analyse des Schauers gespeichert werden [HKC<sup>+</sup>98].

Derzeit wird eine vollständig neue Version von CORSIKA verfasst. Diese trägt den Namen CORSIKA 8 [EHH<sup>+</sup>19] und wird in C++ geschrieben. Ein Schritt der Teilchenkaskade ist in dieser Version wie folgt aufgebaut. Zunächst wird die Distanz zu dem nächsten Ereignis bestimmt. Dafür wird die Entfernung  $S$  zu jedem einzelnen Ereignis berechnet. Es gibt mehrere Arten von Ereignissen:

- Interaktion: Das Teilchen interagiert mit Kernen in der Atmosphäre nach einer Strecke  $x$  gemäß der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\exp(-x)$  mit der Wechselwirkungslänge
- Zerfall: Instabile Teilchen zerfallen nach einer Strecke  $x$  gemäß der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\exp(-\frac{x}{c\tau_0})$  mit der mittleren Lebensdauer  $\tau_0$
- Geometrie: Grenzüberschreitung von Atmosphärenschichten
- kontinuierliche Prozesse: Limitierung durch kontinuierliche Effekte, wie z.B. ein Energieverlust von 1% oder das Erreichen der Höhe einer Beobachtungsebene

Der Aufbau für die Entfernungsberechnung, siehe Abbildung 1.2, besteht zunächst aus der Berechnung von  $S$  für geometrische Schnittpunkte. Für die Interaktionen wird die Dichte über die Entfernung  $S$  integriert. Anschließend werden die Entfernungen zu Interaktion und Zerfall gewürfelt und die Begrenzung durch kontinuierliche Prozesse bestimmt. Das Ereignis mit der niedrigsten Entfernung ist das Ereignis, das in diesem Kaskadenschritt eintritt.

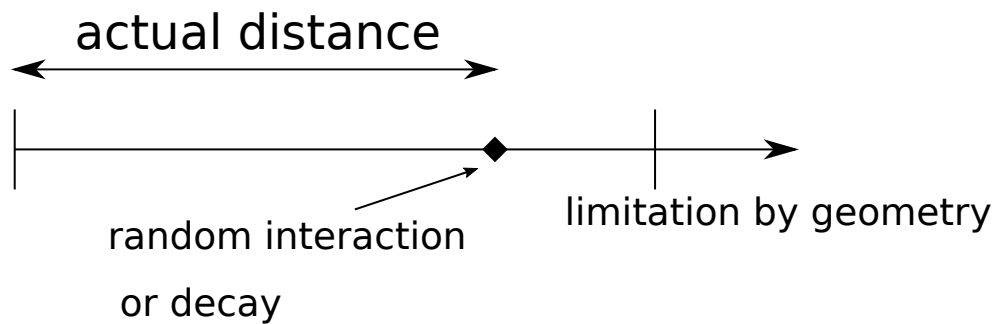


Abbildung 1.2.: Skizze für den Aufbau der Entfernungsberechnung.

Vor der Implementierung von Magnetfeldern in dieser Arbeit wird die Flugbahn des Teilchens in Form von einer geraden Linie mit der entsprechenden Länge erstellt. Mit dieser Flugbahn werden der Ort und die Zeit des Teilchens aktualisiert. Außerdem können kontinuierliche Prozesse, wie Energieverlust, mithilfe dieser Flugbahn berechnet und angewendet werden. Nachdem sich das Teilchen zu dem Ereignis bewegt hat, passiert dieses. Dabei kann je nach Ereignis das Teilchen verschwinden, neue Teilchen hinzugefügt werden oder nur Variablen des Teilchens verändert werden. Danach geschieht der nächste Schritt in dem Teilchenschauer bis keine Teilchen mehr übrig sind [COR].

### 1.3. Einfluss eines Magnetfeldes

Ein Magnetfeld  $B$  übt eine Kraft auf bewegte Ladung  $q$  aus. Für frei bewegliche, geladene Teilchen mit dem relativistischen Impuls  $p$  bzw. der Geschwindigkeit  $v$  ist der Effekt die Krümmung ihrer Flugbahn. Diese kann mithilfe der Lorentzkraft

$$F_L = \frac{dp}{dt} = q(v \times B) \quad (1.1)$$

durch eine Bewegungsgleichung

$$\frac{d\hat{u}}{dt} = \frac{q}{|p|}(v \times B) \quad (1.2)$$

$$\hat{u} = \frac{q}{p}(v \times B)dt \quad (1.3)$$

$$= \frac{q}{p}(\hat{u} \times B)ds \quad (1.4)$$

beschrieben werden. Die Energie des Teilchens bleibt unter dem Einfluss der Lorentzkraft konstant. Nur die Bewegungsrichtung  $\hat{u} = \frac{v}{|v|}$  des Teilchens ändert sich mit der Zeit  $t$  bzw. mit der zurückgelegten Strecke  $s$  an dem sich das Teilchen befindet. Die Bewegungsgleichung ist in Fällen mit konstantem Magnetfeld und konstanter Energie sehr einfach. Das Teilchen bewegt sich auf einer helixförmigen Flugbahn. Die Formel für den Gyroradius  $r_g$  der Helixbahn ist:

$$r_g = \frac{p}{|qB|} \quad (1.5)$$

mit  $p$  der Komponente des relativistischen Impulses  $p$  senkrecht zum Magnetfeld. In praktischen Anwendungen, in denen das Magnetfeld von Ort  $x$  bzw. Zeit  $t$  abhängt und die Energie der Teilchen sich ändert, wird die Lösung der Bewegungsgleichung sehr komplex und somit nur numerisch lösbar. Zur numerischen Lösung gibt es unterschiedliche Methoden, welche es zu untersuchen und vergleichen gilt [Dem17].



## 2. Vergleich von Algorithmen

### 2.1. Methoden

Um die Bewegungsgleichung zu lösen wird sie als Anfangswertproblem mit einem ortsabhängigen Magnetfeld  $B(x)$  formuliert:

$$\frac{dx}{ds} = \hat{u} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\hat{u}}{ds} = \frac{q}{\rho}(\hat{u} \times B(x)) \quad (2.2)$$

$$\hat{u}(x_n) = \hat{u}_n. \quad (2.3)$$

Im Folgenden werden die Formeln der unterschiedlichen Lösungsverfahren bestimmt und auf ihre Genauigkeit für die Position  $x$  getestet. Der Test wird mit einem homogenen Magnetfeld  $B = (0, 0, B)^T$ , welches senkrecht zur Anfangsgeschwindigkeit  $v = (0, v, 0)^T$  des Teilchens ist, durchgeführt. In der Realität bewegt sich somit das Teilchen auf einer konstanten Kreisbahn. Für mehrere aufeinander folgende Schritte wird der Abstand von der realen Kreisbahn zu der durch das Lösungsverfahren berechneten Position bestimmt. Die Kreisbahn hat den Ursprung als Mittelpunkt, wodurch nur der Gyroradius  $r_g$  von der Entfernung der berechneten Position zum Ursprung abgezogen werden muss. Der Gyroradius wird zum Vereinfachen auf 1 eingestellt und die Ladung  $q$  wird auf +1 gesetzt.

#### 2.1.1. Euler-Verfahren

Das Euler-Verfahren ist eine der einfachsten Möglichkeiten zur Lösung und kann für einen Ort, der eine Schrittlänge  $l$  von  $x_n$  entfernt ist, wie folgt hergeleitet werden:

$$x_{n+1} = x_n + \int_{s_n}^{s_n+l} \hat{u} ds \quad (2.4)$$

$$x_n + l\hat{u}_n. \quad (2.5)$$

Für die Änderung der Richtung ergibt sich

$$\hat{u}(x_{n+1}) = \hat{u}_{n+1} = \hat{u}_n + \int_{s_n}^{s_n+l} \frac{q}{\rho}(\hat{u} \times B) ds \quad (2.6)$$

$$\hat{u}_n + l \frac{q}{\rho}(\hat{u}_n \times B) \quad (2.7)$$

$$= \hat{u}_n + \hat{u}_n \times t \quad (2.8)$$

mit  $t = \frac{lq}{p}B$ . Die Formeln, die für dieses Verfahren verwendet werden, lauten also:

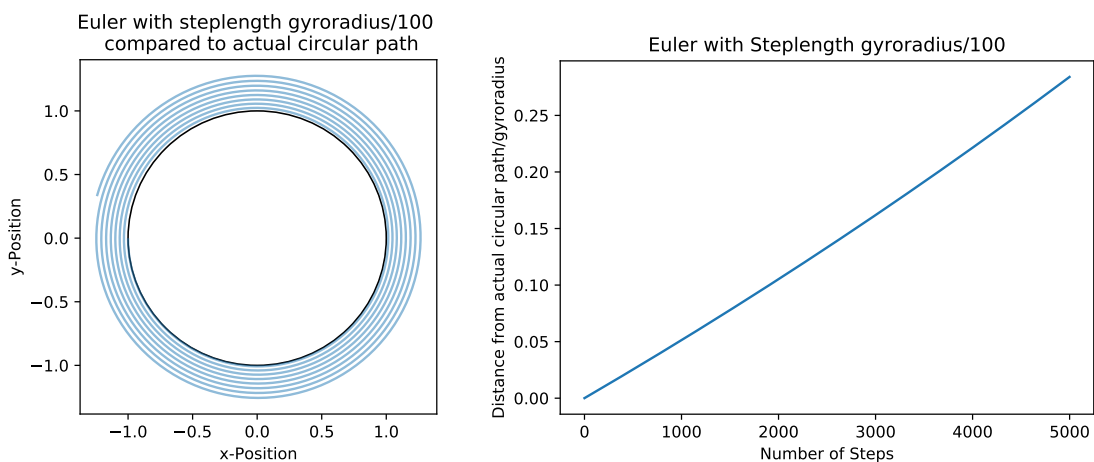
$$x_{n+1} = x_n + l\hat{u}_n \quad (2.9)$$

$$\hat{u}_{n+1} = \hat{u}_n + \hat{u}_n \times t \quad (2.10)$$

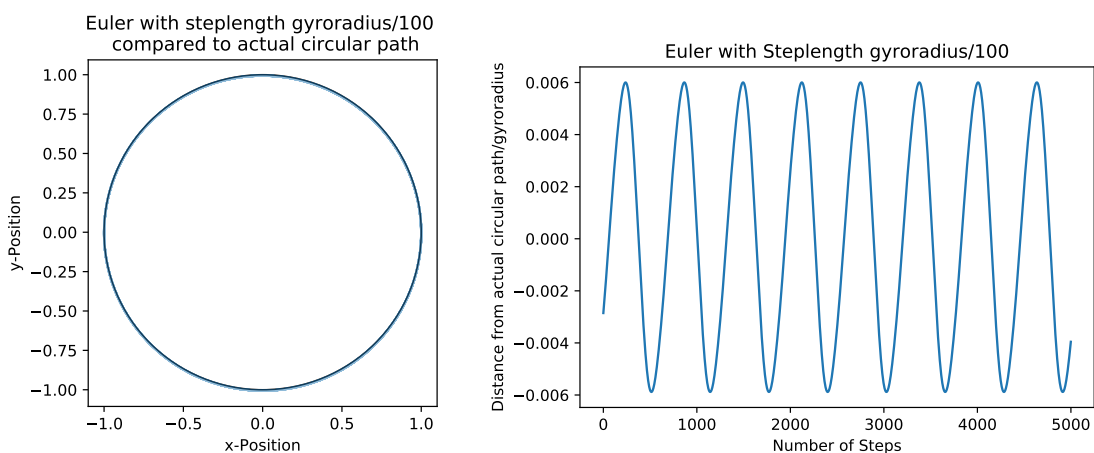
mit  $t = \frac{lq}{p}B(x_{n+1})$ . Die Bewegungsrichtung wird erst nach der Bewegung des Teilchens aktualisiert. Somit wird die Korrektur der Richtung erst im nächsten Schritt erkennbar. Zudem wird das Magnetfeld nur an einer Position ausgewertet. Es wird angenommen, dass das Magnetfeld während eines Schrittes nahezu homogen ist, da sonst das Verfahren zu fehlerhaft wird. Für den Test zur Positionsgenauigkeit ist der Vektor  $t$ :

$$t = \frac{lq}{p}B = \frac{lB}{r_g B} = l\hat{e}_B. \quad (2.11)$$

Zunächst wird in Abbildung 2.1 die Schrittlänge  $l = \frac{r_g}{100}$  verwendet.



**Abbildung 2.1.:** Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Euler,  $\hat{u}$  wird nicht normiert.

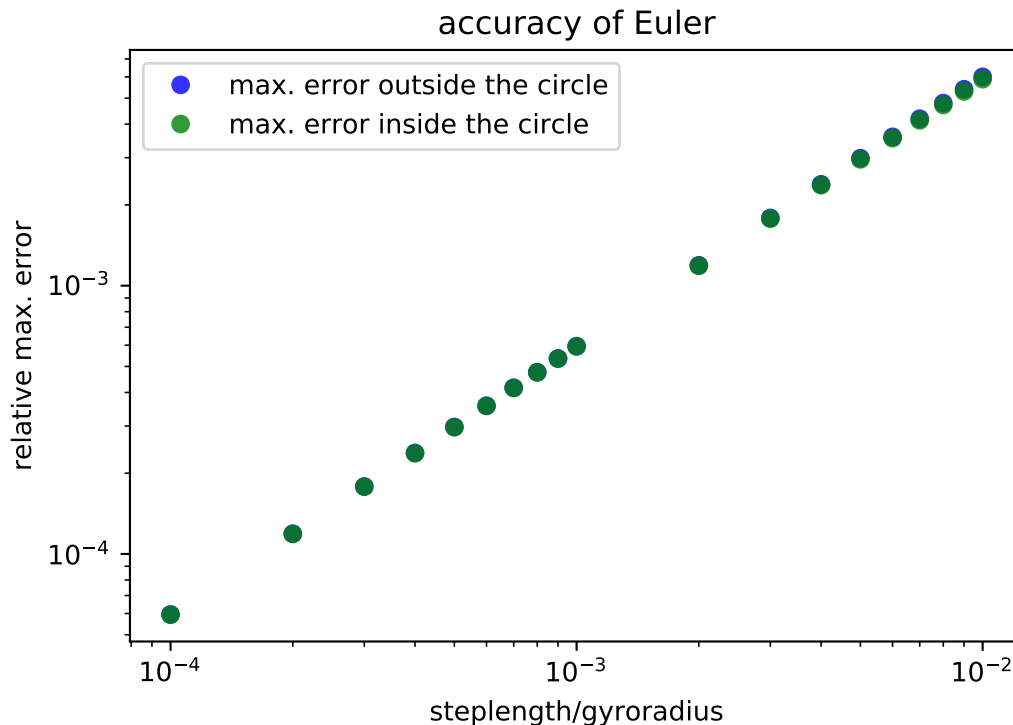


**Abbildung 2.2.:** Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Euler,  $\hat{u}$  wird normiert.

Die Entfernung zur Position, die das Teilchen tatsächlich besitzen sollte, steigt mit jedem Schritt. Grund dafür ist die Gleichung (2.10). Der ausgegebene Vektor  $\hat{u}$  ist kein Einheitsvektor mehr, sondern steigt mit jedem Schritt. In Abbildung 2.2 wird der Vektor  $\hat{u}$  nach jedem Schritt normiert.



Das Verfahren wird mit der Normierung von  $\hat{u}$  nicht mehr ungenauer mit der Anzahl an Umläufen, da er immer wieder seinen Anfangspunkt erreicht. Um dies zu bestätigen wurden vor der Erstellung der Abbildung 2.2 10 Millionen Schritte durchgeführt. Somit hat das Verfahren zwei maximale Fehler, welche in jedem Umlauf erreicht werden. Einen bei dem sich die Position innerhalb des Kreises befindet und einen bei dem er außerhalb ist. Diese Maximalwerte werden in Abbildung 2.3 für unterschiedliche Schrittlängen  $\Delta t$  verglichen.



**Abbildung 2.3.:** Maximaler Fehler für die Position bei unterschiedlichen Schrittlängen.

Der Maximalwert der Fehler ist linear von der Schrittlänge  $\Delta t$  abhängig. Für geringere Schrittlängen  $\Delta t$  wird das Verfahren exakter, jedoch steigt damit auch die Laufzeit des Programms um die gleiche Strecke zu kalkulieren.

### 2.1.2. Leap-Frog-Algorithmus

Ein Schritt des Leap-Frog-Algorithmus besteht aus 3 Komponenten:

- Halbschritt, bei dem das Teilchen sich in dieselbe Richtung wie im Schritt zuvor bewegt.
- Aktualisierung der Teilchenrichtung
- Halbschritt in die neue Richtung.

Die Abbildung 2.4 stellt einen solchen Schritt dar. Auch hier wird das Magnetfeld nur an einem Punkt im Schritt abgerufen. Dieser ist jedoch in der Mitte des Schrittes, wodurch der Fehler bei einer stetigen Veränderung des Magnetfeldes geringer ist.

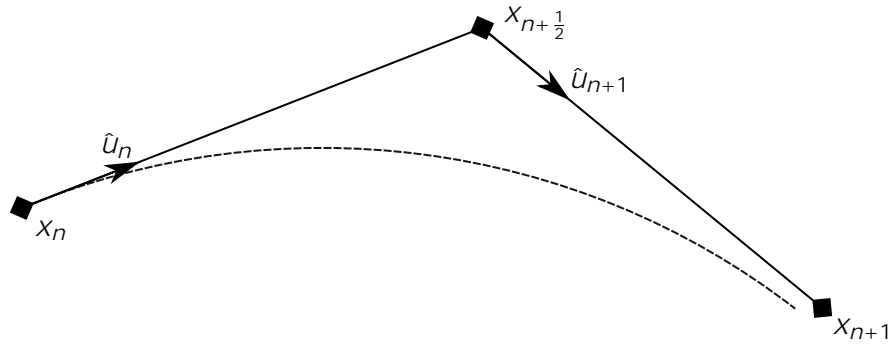


Abbildung 2.4.: Skizze des Leap-Frog-Algorithmus.

Die einfachste Variante verwendet dieselbe Formel für  $\hat{u}_{n+1}$  wie das Euler-Verfahren. Dies korrigiert den Fehler im ersten Halbschritt, welcher durch die Bewegung des Teilchens ohne die Aktualisierung der Richtung entsteht. Diese Methode wurde ursprünglich in dem Programm MOCCA verwendet und wird weiterhin in AIREs, einem anderen Programm zur Simulation von Luftschauern, genutzt [CS00]. Die 3 Komponenten sind:

$$x_{n+\frac{1}{2}} = x_n + \frac{l}{2} \hat{u}_n \quad (2.12)$$

$$\hat{u}_{n+1} = \hat{u}_n + \hat{u}_n \times t \quad (2.13)$$

$$x_{n+1} = x_{n+\frac{1}{2}} + \frac{l}{2} \hat{u}_{n+1} \quad (2.14)$$

mit  $t = \frac{lq}{p} B(x_{n+\frac{1}{2}})$ .

Wie bei dem Euler-Verfahren muss auch hier  $\hat{u}_{n+1}$  normiert werden. Dabei gibt es die Option vor oder nach der Gleichung (2.14) die normierte Richtung zu verwenden. Dazu wird der Test für die Genauigkeit einmal mit einer Normierung von  $\hat{u}_{n+1}$  nach Gleichung (2.14) und einmal mit einer Normierung vor Gleichung (2.14) durchgeführt. Dabei wird analog zum Euler Verfahren vorgegangen.

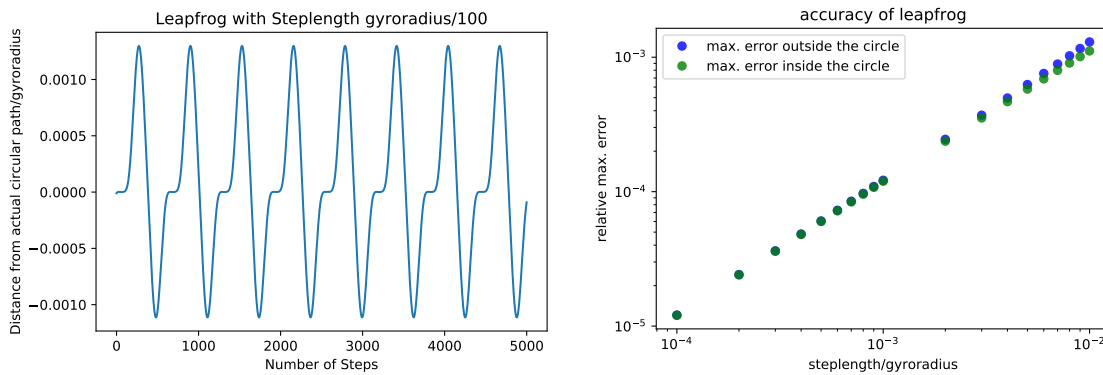
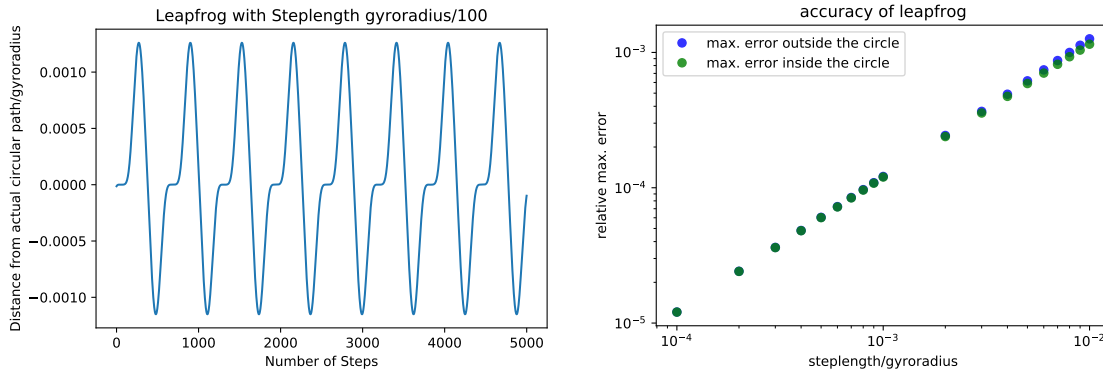


Abbildung 2.5.: Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , LeapFrog,  $\hat{u}$  wird nach Gleichung (2.14) normiert.

Auch bei diesem Algorithmus steigt der Fehler nicht durch die Anzahl der Durchläufe (siehe Abbildung 2.5). Er ist genauer als das Euler-Verfahren, da er einen kleineren maximalen Fehler besitzt, der bei den ersten Schritten nach dem Anfangspunkt nicht so schnell ansteigt.



**Abbildung 2.6.:** Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , LeapFrog,  $\hat{u}$  wird vor Gleichung (2.14) normiert.

An dieser Stelle werden die Werte der Abbildungen 2.5 und 2.6 miteinander verglichen. Wenn die Richtung bereits vor dem zweiten Halbschritt aktualisiert wird, ist der Algorithmus ungenauer. Der Unterschied ist nur minimal, aber da zudem die Rechnungen in Abschnitt 2.2 um einiges komplizierter würden, wenn die Normierung innerhalb eines Schrittes stattfände, wird erst am Ende eines Schrittes normiert.

### 2.1.3. Runge-Kutta-Verfahren

Das Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung sieht für das Anfangswertproblem folgendermaßen aus:

$$\hat{u}_{n+1} = \hat{u}_n + \int_{j=1}^2 b_j k_j \quad (2.15)$$

$$= \hat{u}_n + \int (0 \cdot k_1 + 1 \cdot k_2) \quad (2.16)$$

$$= \hat{u}_n + \int \frac{q}{p} \hat{u}_n + \frac{1}{2} \frac{q}{p} \hat{u}_n \times B(x_n) \times B(x_{n+\frac{1}{2}}) \quad (2.17)$$

$$= \hat{u}_n + \hat{u}_n + (\hat{u}_n \times \frac{t_n}{2}) \times t_{n+\frac{1}{2}}. \quad (2.18)$$

Dabei sind  $b_j$  Koeffizienten und  $k_j$  Zwischenstufen, welche aus  $\frac{d\hat{u}}{ds}$  und den vorherigen Zwischenstufen  $k_j$  mit  $1 < j$  bestimmt werden. Die Formel für  $\hat{u}_{n+1}$  wird in einen Leap-Frog-Algorithmus eingebettet:

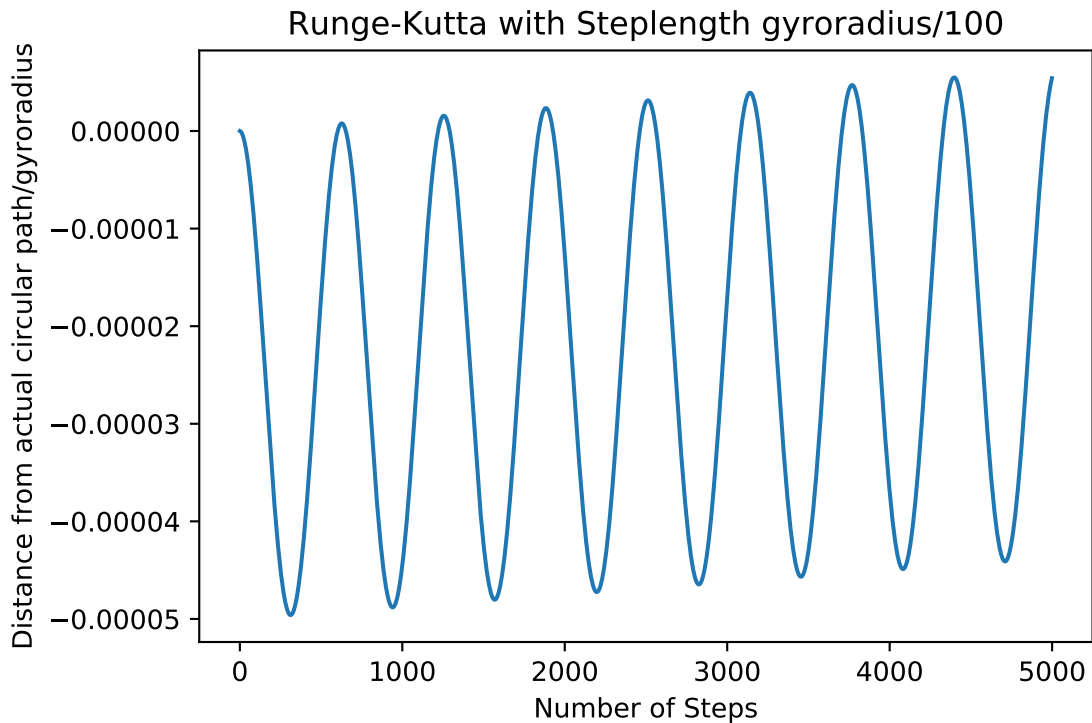
$$x_{n+\frac{1}{2}} = x_n + \frac{1}{2} \hat{u}_n \quad (2.19)$$

$$\hat{u}_{n+1} = \hat{u}_n + (\hat{u}_n \times \frac{t_n}{2}) \times t_{n+\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

$$x_{n+1} = x_{n+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \hat{u}_{n+1} \quad (2.21)$$

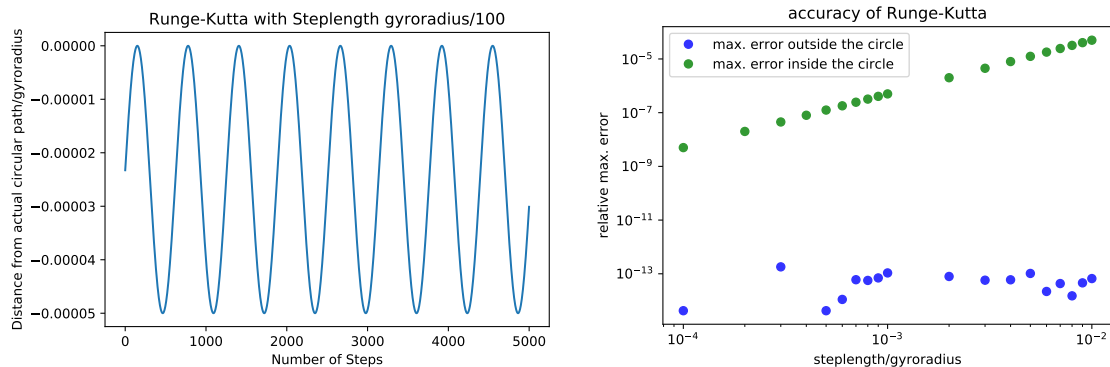
mit  $t_i = \int \frac{q}{p} B(x_i)$ .

Beim Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung wird das Magnetfeld zweimal verwendet. Im Gegensatz zu dem Leap-Frog-Algorithmus wird somit das Magnetfeld und damit auch die Richtung in zwei Zwischenstufen angepasst. Analog zu den Verfahren zuvor wird der Test für die Genauigkeit der Position durchgeführt.



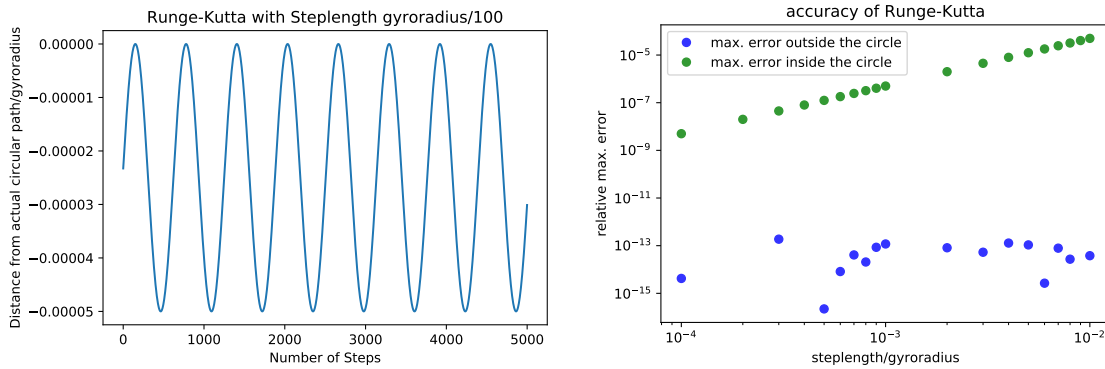
**Abbildung 2.7.:** Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Runge-Kutta,  $\hat{u}$  wird nicht normiert.

Auch hier muss  $\hat{u}$  normiert werden, da der Fehler sonst wie in Abbildung 2.7 mit jedem Durchlauf ansteigt. Wie in Abschnitt 2.1.2, stellt sich die Frage, ob die Normierung vor oder nach dem zweiten Halbschritt angewendet wird.



**Abbildung 2.8.:** Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Runge-Kutta,  $\hat{u}$  wird nach Gleichung (2.21) normiert.

Mit der Normierung in Abbildung 2.8 ist auch dieses Verfahren konstant mit jedem Umlauf. Außerdem ist der maximale Fehler innerhalb des Kreises linear abhängig von der Schrittlänge. Der Fehler nach außen ist um mehrere Größenordnungen kleiner und schwankt stark. Dabei kann es sich um eine Ungenauigkeit in der Verarbeitung von Fließkommazahlen handeln, da er um mehrere Größenordnungen niedriger ist.



**Abbildung 2.9.:** Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Runge-Kutta,  $\hat{u}$  wird vor Gleichung (2.21) normiert.

Der Fehler ist minimal größer, wenn vor der Anwendung von Gleichung (2.21) der Richtungsvektor normiert wird (siehe Abbildung 2.9). Somit sollte auch hier die Normierung erst am Ende eines Schrittes stattfinden.

### 2.1.4. Boris-Algorithmus

Der Boris-Algorithmus [RBT<sup>+</sup>18] ist auch eine Art des Leap-Frog-Algorithmus und ähnlich zu dem Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung. Der Unterschied besteht darin, dass das Magnetfeld  $B(x)$  erneut nur an einer Position aufgerufen wird und in dem Vektor  $s$ , welcher in der Formel für  $\hat{u}_{n+1}$  verwendet wird. Das Teilchen rotiert um den Winkel  $\theta = \frac{lqB}{p}$ . Die Rotation wird gelöst durch

$$x_{n+\frac{1}{2}} = x_n + \frac{l}{2} \hat{u}_n \tag{2.22}$$

$$\hat{u}_{n+1} = \hat{u}_n + \hat{u}_n + (\hat{u}_n \times \hat{t}) \times s \tag{2.23}$$

$$x_{n+1} = x_{n+\frac{1}{2}} + \frac{l}{2} \hat{u}_{n+1} \tag{2.24}$$

mit  $t = \tan(\frac{\theta}{2}) \hat{e}_B$   $\hat{e}_B = \frac{lq}{2p} B(x_{n+\frac{1}{2}})$  und  $s = \sin(\frac{\theta}{2}) \hat{e}_t = 2t/(1 + t^2)$  [BL04].

Aufgrund der Ähnlichkeit zu dem Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung wird nach jedem Schritt  $\hat{u}$  auf 1 normiert, da dieses Vorgehen die genauesten Ergebnisse erzielt. Der Test wird für 3 verschiedene Schrittlängen  $l$  durchgeführt, welches zu den Abbildungen 2.10 bis 2.12 führt.

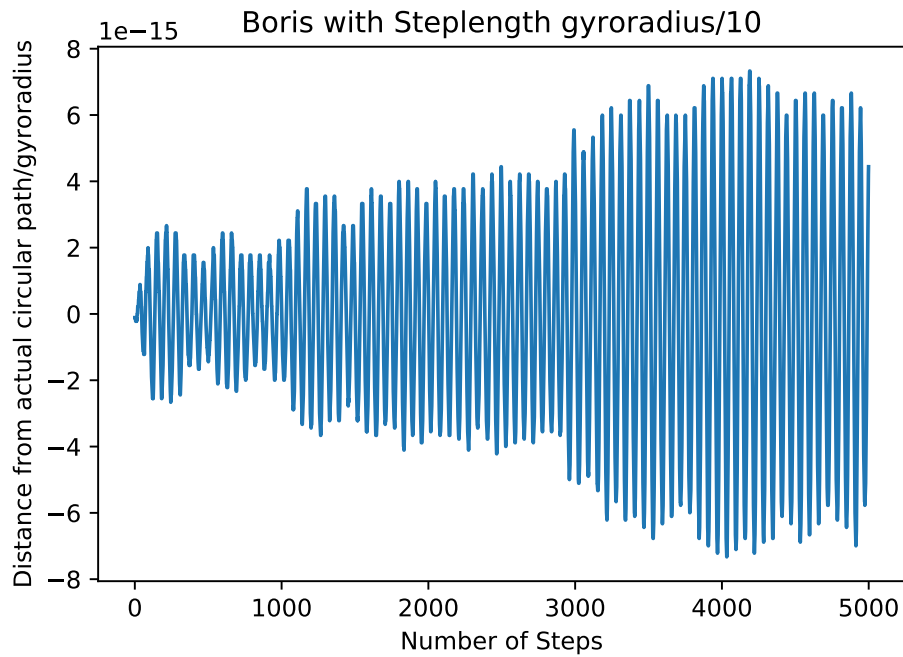


Abbildung 2.10.: Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Boris, Schrittlänge 0,1.

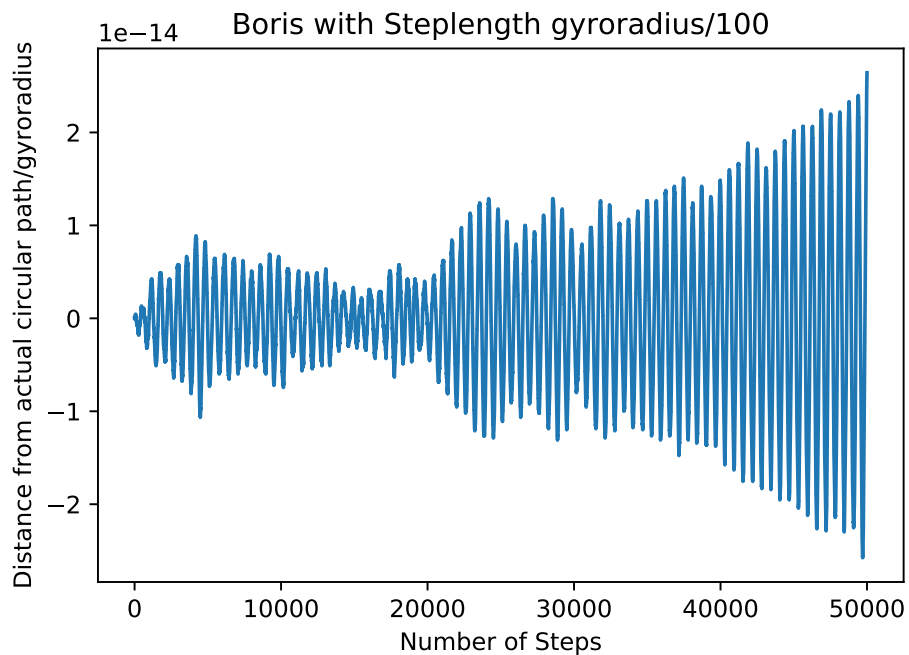
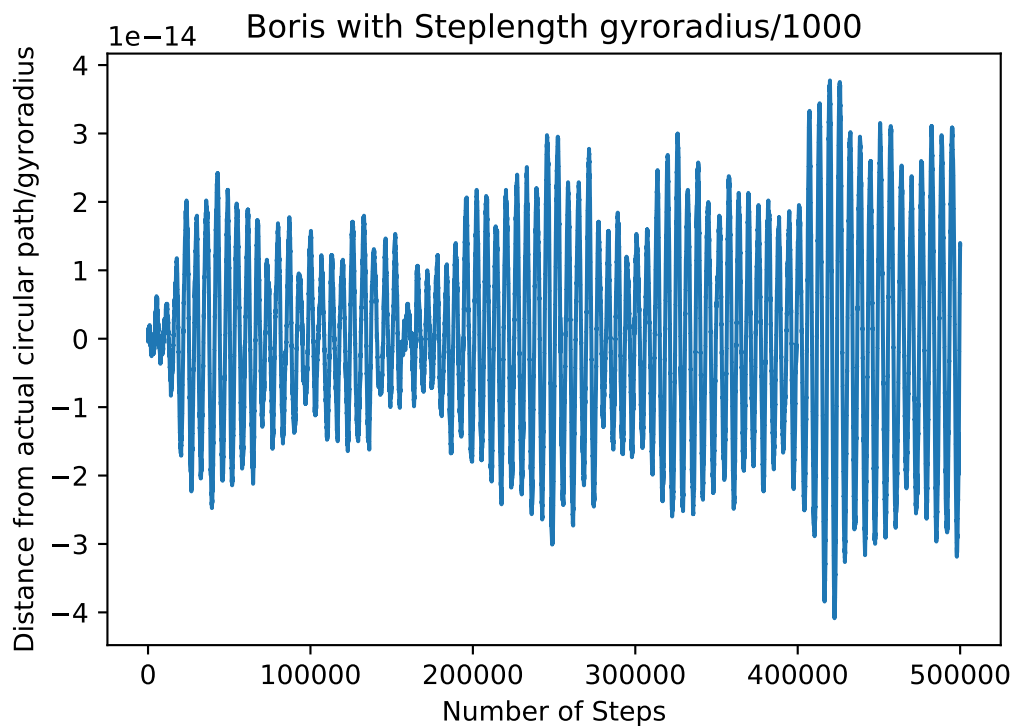


Abbildung 2.11.: Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Boris, Schrittlänge 0,01.

Im Gegensatz zu den Verfahren zuvor ist der Boris-Algorithmus anscheinend nicht abhängig von der Schrittlänge und nicht konstant mit jedem Umlauf. Der Fehler steigt mit der Anzahl der Umläufe und somit auch mit der Anzahl der Schritte. Da der Fehler jedoch um mehrere Größenordnungen kleiner ist als bei den Verfahren zuvor, könnte es sich dabei auch nur um einen Fehler aufgrund der begrenzten Genauigkeit für Fließkommazahlen handeln. Dafür würde sprechen, dass der Fehler weiterhin symmetrisch um Null ist und der Effekt bei Runge-Kutta für den Fehler außerhalb des Kreises in derselben Größenordnung auftritt. Auch nach 10 Millionen Schritten ist der Boris-Algorithmus noch um Größenordnungen genauer als das Runge-Kutta-Verfahren. Zudem kann aufgrund der Unabhängigkeit von der Schrittlänge diese für homogene Magnetfelder sehr groß gewählt werden, was die Laufzeit

verkürzen kann.



**Abbildung 2.12.:** Test zur Genauigkeit der Position  $x$ , Boris, Schrittlänge 0,001.

### 2.1.5. Vergleich der numerischen Lösungsmethoden

Das Euler-Verfahren und der einfache Leap-Frog-Algorithmus sind sehr ähnlich. Der Rechenaufwand für den Leap-Frog-Algorithmus ist geringfügig größer. Da der Leap-Frog-Algorithmus jedoch um eine Größenordnung genauer ist, ist er dem Euler-Verfahren vorzuziehen.

Um mehrere Größenordnungen genauer als der Leap-Frog-Algorithmus sind wiederum der Boris-Algorithmus und das Runge-Kutta-Verfahren mit einem größeren Rechenaufwand. Der Rechenaufwand des Runge-Kutta-Verfahrens zweiter Ordnung ist minimal geringer als der des Boris-Algorithmus. Zudem ist das Verfahren im Gegensatz zu dem Boris-Algorithmus stabil mit jedem Umlauf. Die steigende Ungenauigkeit des Boris-Algorithmus ist jedoch auf so minimalem Niveau, dass sie auch nur durch Fließkommazahlen ausgelöst sein kann. Auch noch nach sehr vielen Schritten ist der Boris-Algorithmus mit großem Abstand präziser als das Runge-Kutta-Verfahren. Für den Boris-Algorithmus spricht zudem die Unabhängigkeit von der verwendeten Schrittlänge  $\Delta t$ .

Somit sind der Boris-Algorithmus und der Leap-Frog-Algorithmus die beiden sinnvollsten Methoden zur Beschreibung der Bewegung im Magnetfeld. Der einfache Leap-Frog-Algorithmus wird hier weiter verwendet, da mit diesem geometrische Rechnungen, die in Abschnitt 2.2 eingeführt werden, besser zu berechnen sind.

### 2.1.6. Andere Methoden

Die verwendete Annahme, dass das Magnetfeld in jedem Schritt nahezu homogen ist, vereinfacht die Teilchenbewegung auf eine Helixbahn. Diese kann durch vier Parameter beschrieben werden. Der Nachteil einer Helixbahn sind ein enormer Anstieg der Komplexität der weiteren Berechnungen mit dieser. Bereits die Bestimmung der Schrittlänge zwischen zwei Punkten oder der Schnittpunkt mit einem geometrischen Objekt [Nie96] benötigt mehr Rechenaufwand. Am relevantesten ist jedoch diese Flugbahnänderung für kontinuierliche Prozesse. Beispielsweise das Integrieren der Dichte über die Flugbahn hinweg ist bei einer Helixbahn komplizierter und im Allgemeinen nicht analytisch berechenbar, weswegen diese Möglichkeit zur Beschreibung des Magnetfeldes hier nicht weiter verfolgt wird.

## 2.2. Implementierung in CORSIKA 8

Der einfache Leap-Frog-Algorithmus wird in den Kaskadenschritt (siehe Abschnitt 1.2) von CORSIKA 8 eingebaut. Um diesen einzubauen müssen Teile des Codes verändert werden. Zum Testen werden Beispielschauer simuliert. Es werden folgende Startbedingungen für Beispielschauer verwendet:

- Starthöhe: 112,75 km über NN
- Startteilchen: Proton
- Anfangsenergie: 1 PeV
- Zenithwinkel: 0
- Minimalenergie: 3 GeV
- Magnetfeld: 50  $\mu$ T in y-Richtung
- Beobachtungs-Ebene: xy-Ebene bei 1,4 km über NN
- keine Photonen, Elektronen: zum Zeitpunkt der Arbeit noch nicht in CORSIKA 8 eingebaut
- Wechselwirkungsmodelle SIBYLL 2.3d [REF+20] und UrQMD [B+99]

### 2.2.1. Ereignisse in einem Luftschauer

Die Schrittlänge für den Leap-Frog-Algorithmus kann beliebig gewählt werden. Um die Laufzeit von CORSIKA 8 nicht zu beeinträchtigen wird versucht die Anzahl der Schritte zu minimieren. Dafür wird eine möglichst große Entfernung in jedem Schritt zurückgelegt. Diese Entfernung ist der Abstand zum nächsten Ereignis. Durch das Hinzufügen eines Magnetfeldes bewegen sich die Teilchen nicht mehr auf einer einfachen Geraden. Für Interaktionen und Zerfälle verändern wir die Berechnung der Entfernung nicht. Die Berechnung, nach welcher Entfernung das Teilchen einen geometrischen Körper schneidet, wird jedoch komplizierter. Diese wird bei geometrischen Begrenzungen und Begrenzungen durch kontinuierliche Prozesse verwendet. Für die Berechnung wird die Annahme gemacht, dass das Magnetfeld sich während des ersten Halbschritts kaum verändert

$$B(x_{n+\frac{1}{2}}) \approx B(x_n) = B. \quad (2.25)$$

Die Grenzschicht einer Atmosphäre wird durch eine Sphäre mit Mittelpunkt  $M$  und Radius  $r$  dargestellt. Der Schnittpunkt der Flugbahn mit der sphärischen Grenzschicht kann analytisch mit folgender Formel bestimmt werden:



$$0 = (x_{n+1} - M)^2 - r^2 \quad (2.26)$$

$$= x_n + l\hat{u}_n + \rho^2 \frac{q}{2\rho} \hat{u}_n \times B - M^2 - r^2 \quad (2.27)$$

$$= \rho^4 \cdot \frac{q^2}{4\rho^2} |\hat{u}_n \times B|^2 + \rho^2 \left[ 1 + \frac{q}{\rho} (\hat{u}_n \times B) \cdot (x_n - M) + 2 l\hat{u}_n \cdot (x_n - M) + (x_n - M)^2 - r^2 \right] \quad (2.28)$$

Um die Entfernung zu bestimmen wird dieses Polynom vierten Grades mithilfe eines passenden Lösungsprogrammes nach der Schrittlänge  $l$  aufgelöst [qs]. Der Schnittpunkt mit einer Beobachtungs-Ebene ist ein Polynom zweiten Grades. Die Ebene wird dabei durch die Normalenform mit dem Normalenvektor  $n$  und dem Punkt  $A$  beschrieben:

$$0 = (x_{n+1} - A) \cdot n \quad (2.29)$$

$$= \left( \rho^2 \frac{q}{2\rho} (\hat{u}_n \times B) + l\hat{u}_n + x_n - A \right) \cdot n \quad (2.30)$$

$$= \rho^2 + l \frac{2\rho}{q} \frac{\hat{u}_n \cdot n}{n \cdot (\hat{u}_n \times B)} + \frac{2\rho n \cdot (x_n - A)}{q n \cdot (\hat{u}_n \times B)} \quad (2.31)$$

$$l_{1,2} = \frac{\rho}{qn \cdot (\hat{u}_n \times B)} \left[ -\hat{u}_n \cdot n \pm \sqrt{(\hat{u}_n \cdot n)^2 - \frac{2q}{\rho} [n \cdot (x_n - A)][n \cdot (\hat{u}_n \times B)]} \right] \quad (2.32)$$

Für Zerfälle ist die reale Strecke, die das Teilchen zurücklegt, relevant und für Interaktionen die Dichte integriert über die reale Strecke. Damit die Fehler durch die angenommene gerade Linie nicht zu groß werden, wird ein neues Kriterium eingeführt. Das Teilchen darf maximal um  $\alpha_{max} = 0,1 \text{ rad}$  in einem Schritt abgelenkt werden. Dieses Kriterium beschränkt zudem die Abweichung des einfachen Leap-Frog-Algorithmus, welche linear mit der verwendeten Schrittlänge  $l$  steigt. Der Zusammenhang

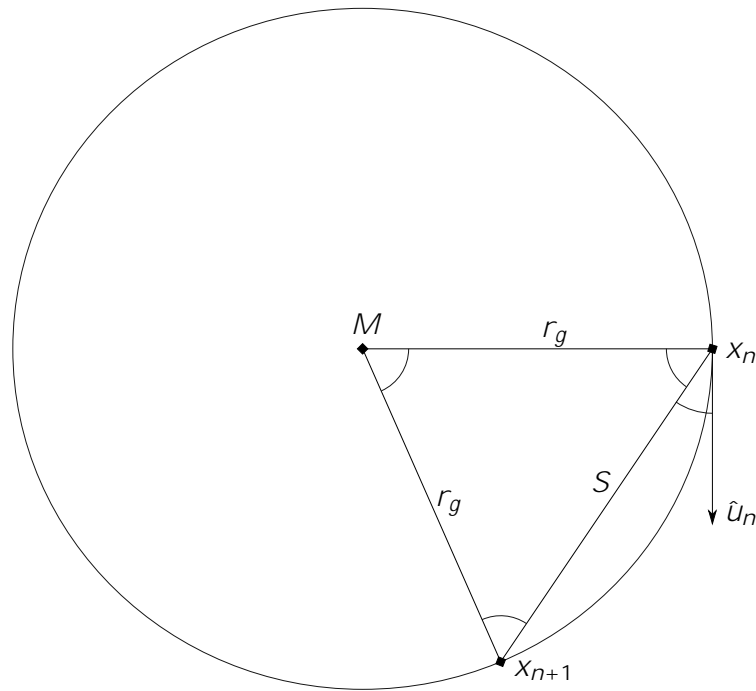
$$S = 2r_g \sin(\alpha/2) \quad (2.33)$$

$$= 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \left( \frac{180^\circ - \alpha}{2} \right) = \frac{\alpha}{2} \quad (2.34)$$

$$S = 2r_g \sin(\alpha/2) \quad (2.35)$$

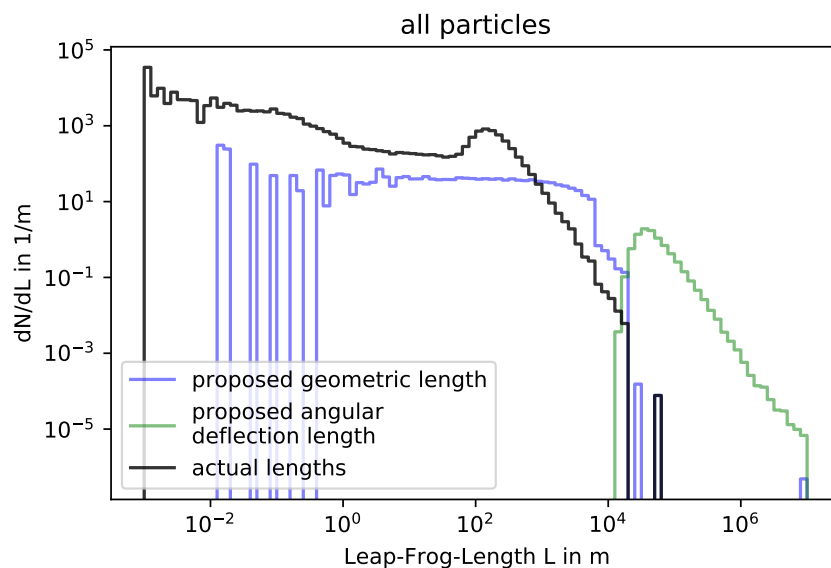
zwischen der Entfernung  $S$  und dem Winkel  $\alpha$  kann mit Abbildung 2.13 dargestellt werden. Somit ist die maximale Entfernung für eine Ablenkung von  $0,1 \text{ rad}$ :

$$S_{max} = 2r_g \sin(\alpha_{max}) \approx 0,2 r_g \quad (2.36)$$



**Abbildung 2.13.:** Skizze für die Winkelabhängigkeit der Schrittlänge.

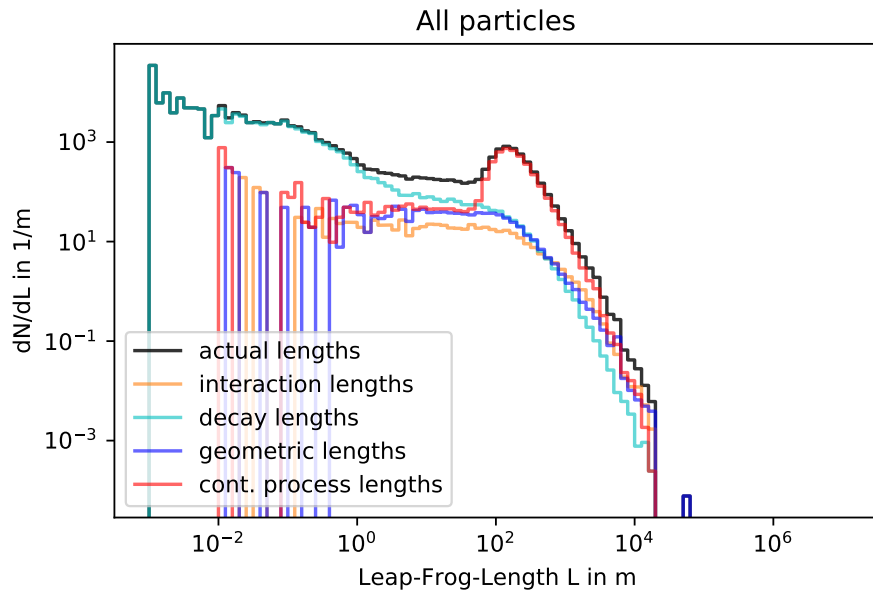
$S_{max}$  wird, wie die Entfernungen zu einem geometrischen Ereignis, als erstes berechnet. Ist  $S_{max}$  kürzer als die Entfernung zu dem nächsten Geometrie-Ereignis, so wird über diese integriert für die Kalkulation von  $S$  zur nächsten Interaktion. An dieser Stelle werden die Abstände zu den vorgeschlagenen geometrischen und Ablenkungs-Begrenzungen in CORSIKA 8 betrachtet, da diese mit dem Magnetfeld geändert wurden und der limitierende Faktor für die Schrittlänge sind. Zugleich werden sie mit der Entfernung zu den tatsächlich geschehenden Ereignissen verglichen. Es wird die sogenannte Leap-Frog-Länge  $L$  verwendet, welche in Abschnitt 2.2.2 näher erläutert wird. Dafür wird in Abbildung 2.14 ein Histogramm innerhalb eines Schauers erstellt um die typischen Längenskalen einschätzen zu können.



**Abbildung 2.14.:** Histogramm zum Vergleich der vorgeschlagenen Längen zu geometrischen und Ablenkungs-Begrenzungen mit den Längen, die tatsächlich verwendet werden.

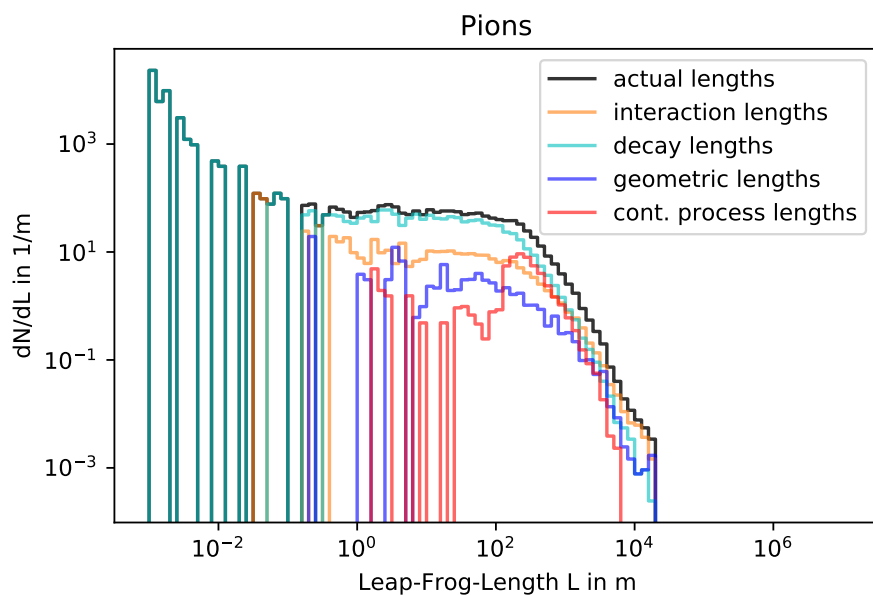
Der Abstand zu den beiden vorgeschlagenen Kriterien ist meistens größer als die tatsächlich verwendete Länge. Das bedeutet, dass diese beiden Ereignisse relativ selten auftreten. Im

Anhang ist Abbildung 2.14 nochmal für unterschiedliche Teilchenarten aufgeführt. Das Ereignis der maximalen Ablenkung ist sehr selten, falls es überhaupt auftritt. Im Folgenden werden die Bestandteile der tatsächlich verwendeten Länge betrachtet.



**Abbildung 2.15.:** Entfernungen zu Ereignissen, welche die tatsächlichen Schrittlänge verursachen.

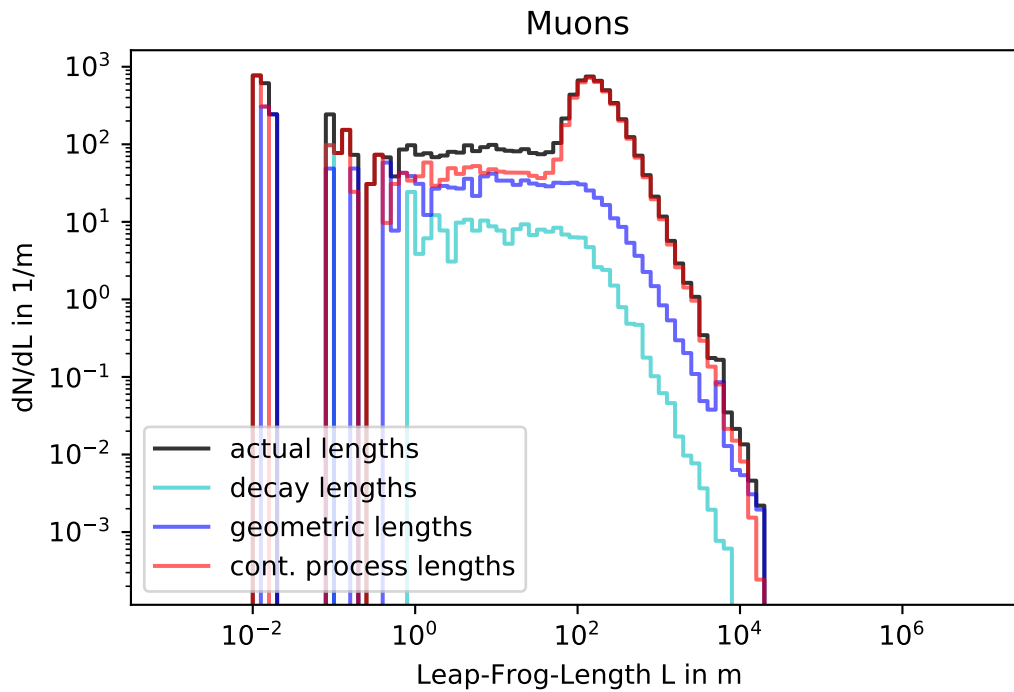
Ablenkungs-Ereignisse werden in Abbildung 2.15 nicht aufgeführt, da diese für den Beispielschauer nicht auftreten. Somit steigert sich in diesen Beispielschauern die Schrittzahl nicht durch das Hinzufügen des Magnetfeldes. Dies ist relevant für die Laufzeit von CORSIKA 8, da die Anzahl der Schritte einer der wichtigsten Faktoren für die benötigte Rechenzeit ist. Im Folgenden wird nach Teilchenart unterschieden.



**Abbildung 2.16.:** Entfernungen zu Ereignissen, welche die tatsächlichen Schrittlänge verursachen, Pionen.

Für Pionen (siehe Abbildung 2.16) spielt der neu implementierte Code kaum eine Rolle, da diese in den meisten Fällen sehr schnell zerfallen oder mit anderen Teilchen wechselwirken.

Generell ist deswegen der Effekt des Magnetfeldes auf Pionen sehr gering.



**Abbildung 2.17.:** Entfernungen zu Ereignissen, welche die tatsächlichen Schrittlänge verursachen, Myonen.

Myonen (siehe Abbildung 2.17) besitzen im Vergleich zu anderen Teilchenarten eine hohe Zerfallszeit ( $\tau = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{s}$ ), weswegen für diese Ereignisse mit geometrischen Effekten und Energieverlust überwiegen. Aber auch für diese Teilchen tritt kein Ablenkungs-Ereignis ein aufgrund des Verhältnisses zwischen Zerfallslänge und Gyroradius:

$$\frac{v_0}{r_g} = |q|B \frac{v_0}{p} < |q|B \frac{v_0}{p} = \frac{|q|B_0}{m} \quad 0,088 \quad (2.37)$$

mit  $B = 47 \mu\text{T}$ . Die mittlere Zerfallslänge ist kürzer als die maximale Schrittlänge  $S_{max}$  für die Begrenzung durch eine Ablenkung. Dennoch ist in diesem Beispielschauer für Myonen das Magnetfeld und die damit einhergehenden Änderungen in CORSIKA 8 am relevantesten. Elektronen konnten in diesem Beispielschauer noch nicht untersucht werden. Aufgrund ihrer geringeren Masse und ihrer Stabilität dürfte für sie das Magnetfeld jedoch noch wichtiger sein.

### 2.2.2. Genauigkeit der Schrittweite

An die nachfolgenden physikalischen Prozesse wird nach der Anwendung des Leap-Frog-Algorithmus der direkte Weg von Anfangspunkt  $x_n$  zum Endpunkt  $x_{n+1}$  zurückgegeben. Es müssen keine Veränderungen für kontinuierliche Prozesse durchgeführt werden, da die Bewegung des Teilchens weiterhin durch eine Gerade modelliert wird. Das Teilchen bewegt sich also auf dem direktem Weg mit der Länge  $S$

$$S = |x_{n+1} - x_n|, \quad (2.38)$$

welches der Entfernung zum nächsten Ereignis entspricht. Die Schrittweite  $l$ , die in dem Leap-Frog-Algorithmus verwendet wird, entspricht jedoch nicht der Länge  $S$ .  $S$  muss in eine Schrittweite  $l$  umgerechnet werden, damit der Leap-Frog-Algorithmus verwendet werden kann:

$$S = |x_{n+1} - x_n| = |x_{n+\frac{1}{2}} + \frac{l}{2}\hat{u}_{n+1} - x_n| \quad (2.39)$$

$$= |x_n + \frac{l}{2}\hat{u}_n + \frac{l}{2}(\hat{u}_n + \hat{u}_n \times t) - x_n| \quad (2.40)$$

$$= |l\hat{u}_n + \frac{l}{2}\hat{u}_n \times t| \quad (2.41)$$

$$S^2 = |l\hat{u}_n + \frac{l}{2}\hat{u}_n \times t|^2 \quad (2.42)$$

$$= l^2 + \frac{l^2}{4}|\hat{u}_n \times t|^2 \quad (2.43)$$

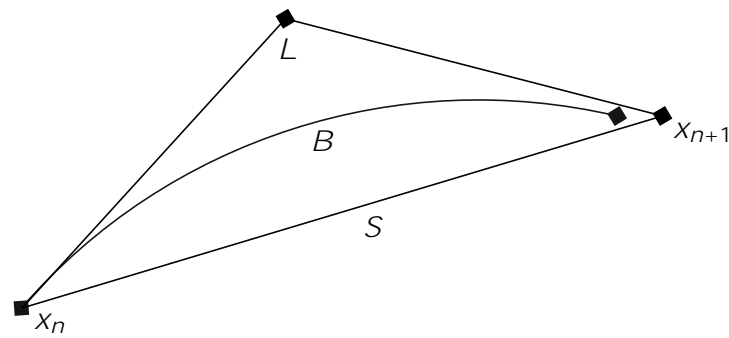
$$= l^2 + \frac{l^4 q^2}{4p^2}|\hat{u}_n \times B|^2 \quad (2.44)$$

$$l = \pm \frac{2p^2}{q^2|\hat{u}_n \times B|^2} \pm \sqrt{\frac{S^2 q^2}{p^2}|\hat{u}_n \times B|^2 + 1} - 1. \quad (2.45)$$

Da  $l$  positiv und real sein soll müssen beide Vorzeichen positiv sein.

Die Simulation der Emission von Radiowellen durch das Erdmagnetfeld soll in CORSIKA 8 möglich sein. Dafür ist die Bogenlänge der Teilchen, die durch das Magnetfeld abgelenkt werden, relevant. Diese liegt zwischen der Länge  $S$  und der Länge des Weges, die durch den Leap-Frog-Algorithmus zurückgelegt wird (siehe Abbildung 2.18). Da die Bogenlänge je nach Magnetfeld nicht explizit berechnet werden kann, könnte sie durch eine Mittelung zwischen der direkten Länge  $S$  und der im Leap-Frog-Algorithmus zurückgelegten Strecke  $L$  genähert werden. Diese sogenannte Leap-Frog-Länge  $L$  ist minimal größer als  $l$ , da im zweiten Halbschritt  $\hat{u}_{n+1}$  verwendet wird, welches erst nach dem Schritt auf Eins normiert wird. Somit ist die Leap-Frog-Länge:

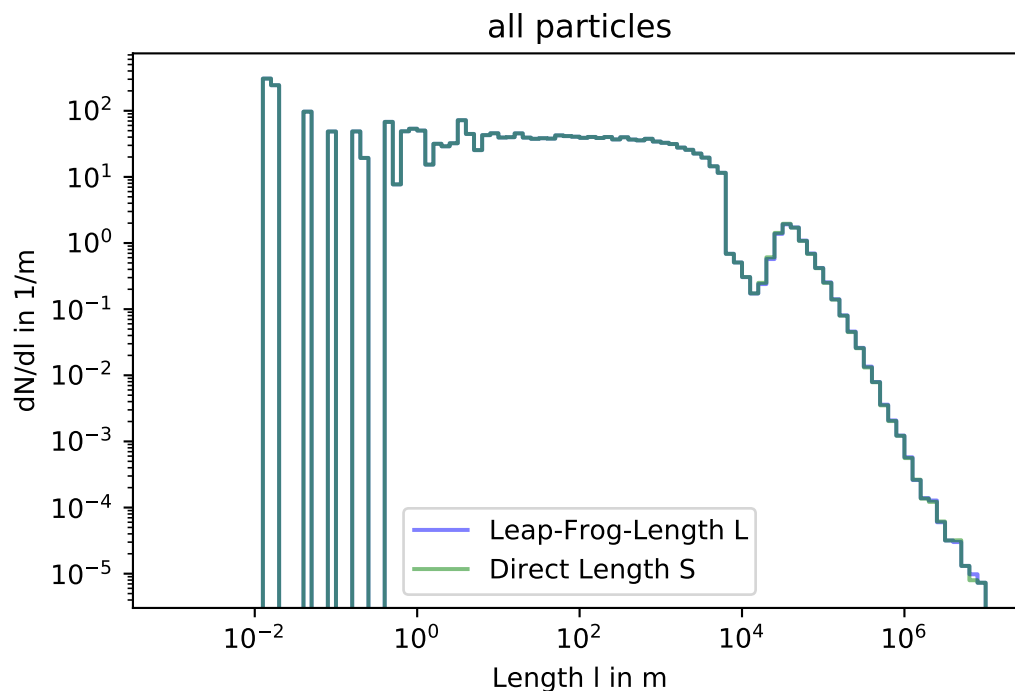
$$L = \frac{l}{2} + \frac{l}{2}|\hat{u}_{n+1}|. \quad (2.46)$$



**Abbildung 2.18.:** Veranschaulichung der direkten Länge  $S$ , der tatsächlichen Bogenlänge  $B$  und der Leap-Frog-Länge  $L$ .

Die Näherung für die Bogenlänge ist am genauesten, wenn der Unterschied zwischen  $L$  und  $S$  gering ist. Im Folgenden wird versucht, den entgegengesetzten Extremfall zu betrachten, um den maximalen Fehler für die Bogenlänge abzuschätzen. Erwartungsgemäß ist dies der Fall, wenn die Ablenkung durch das Magnetfeld sehr stark ist. Die Ablenkung ist bei langen Schritten und einer geringen Teilchenenergie am stärksten.

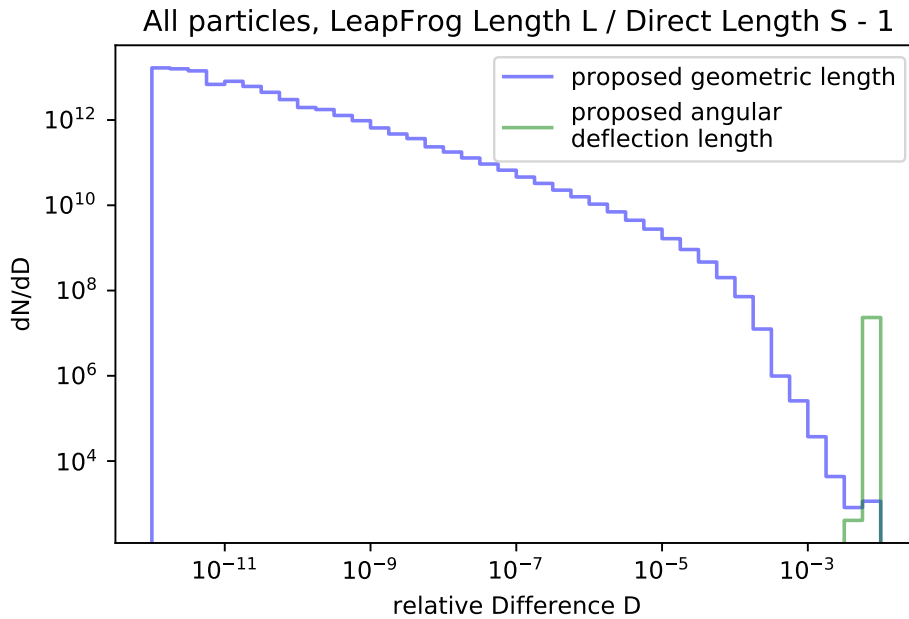
Es werden die vorgeschlagenen Entfernungen für geometrische Ereignisse und Ablenkungs-Ereignisse des Beispielschauers verwendet. Diese sind lang und unabhängig von der Art des Teilchens. Im Folgenden wird für  $L$  und  $S$  ein Histogramm, wie in Abbildung 2.14, aufgetragen um zu erkennen ob es deutliche Unterschiede gibt. Außerdem sollten  $L$  und  $S$  für ungeladene Teilchen gleich sein. Dort kann es jedoch zu minimalen Differenzen durch Rundungen kommen.



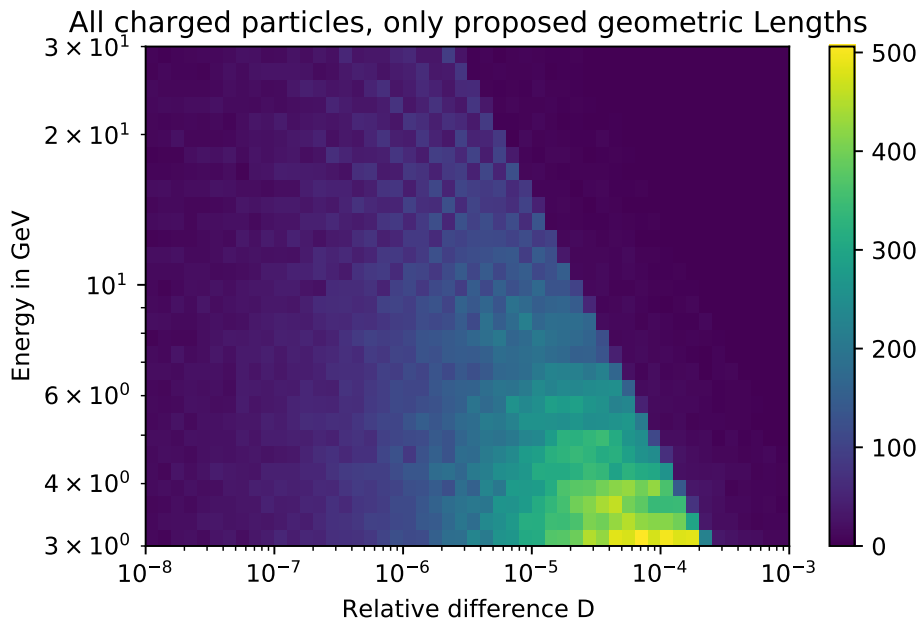
**Abbildung 2.19.:**  $L$  und  $S$  für vorgeschlagene geometrische und Ablenkungs-Entfernungen.

Es sind in Abbildung 2.19 keine deutlichen Unterschiede zwischen  $L$  und  $S$  erkennbar, weswegen in Abbildung 2.20 die relative Differenz  $D = \frac{L}{S} - 1$  zwischen ihnen aufgetragen wird. Wie zu erwarten ist die Differenz für Ablenkungs-Ereignisse größer, da diese eine größere Entfernung besitzen (siehe Abbildung 2.14). Nun wird die Energie der Teilchen hinzugefügt, wodurch ein 2D-Histogramm entsteht. Da die Ablenkungs-Ereignisse in dem

Beispielschauer sowieso nicht tatsächlich geschehen, werden sie in Abbildung 2.21 nicht mehr aufgeführt.



**Abbildung 2.20.:** Relative Differenz  $D = \frac{L}{S} - 1$  für vorgeschlagene geometrische und Ablenkungs-Entfernungen.



**Abbildung 2.21.:** Zusammenhang zwischen Teilchenenergie und dem relativen Längenunterschied zwischen L und S.

Auch in Abbildung 2.21 entspricht das Histogramm der Erwartung. Das Histogramm wurde auch für verschiedene Teilchenarten erstellt, welche im Anhang zu finden sind. Die Differenz bei einer höheren Energie ist geringer. Der relative Unterschied zwischen L und S ist in einer Größenordnung von unter  $10^{-3}$ , weswegen die Näherung für die Bogenlänge eine Genauigkeit unterhalb dieser Größenordnung erzielen sollte.





## 3. Datenanalyse

Um den Effekt des Magnetfeldes auf die Teilchenverteilung auf dem Boden zu überprüfen werden Beispielschauer in CORSIKA 8 simuliert. Dabei werden die Effekte auf Myonen betrachtet. Myonen sind im Vergleich zu anderen Teilchen sehr langlebig und erreichen somit meistens die Beobachtungsebene auf der Erde in einer Höhe von 1,4 km über Normalnull (NN).

### 3.1. Voraussetzungen

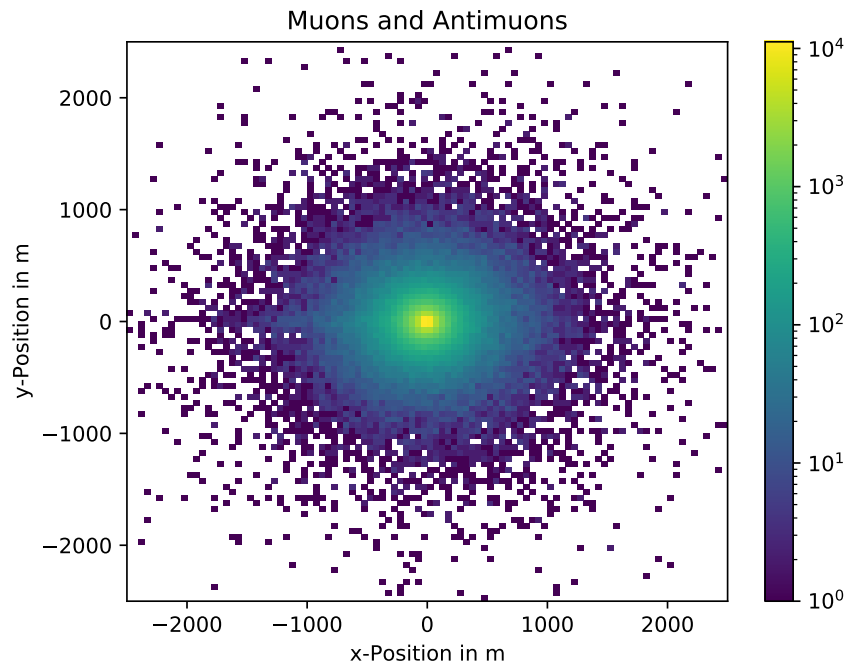
Für die verwendeten Beispielschauer wurden folgende Startbedingungen verwendet:

- Anzahl an Schauer: 30
- Starthöhe: 112,75 km über NN
- Startteilchen: Proton
- Anfangsenergie: 1 PeV
- Zenithwinkel: 0
- Minimalenergie: 3 GeV
- Magnetfeld: 50  $\mu$ T in y-Richtung
- Beobachtungs-Ebene bei 1,4 km über NN
- keine Elektronen oder Photonen
- Wechselwirkungsmodelle SIBYLL 2.3d [REF<sup>+</sup>20] und UrQMD [B<sup>+</sup>99]

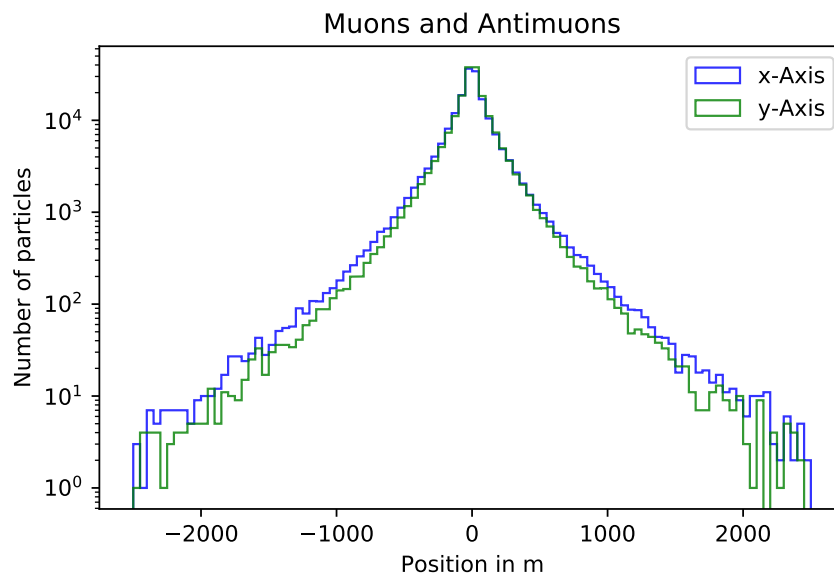
Auf der Beobachtungsebene wird die Position, sowie die Energie der Teilchen bestimmt.

### 3.2. Myonen und Antimyonen

Die Verteilung der Teilchen ist ohne ein Magnetfeld symmetrisch um den Mittelpunkt des Schauers. Durch Hinzufügen des Magnetfeldes werden geladene Teilchen in x-Richtung abgelenkt. Die z-Achse ist so definiert, dass sie senkrecht auf der Beobachtungsebene steht und die z-Werte von NN in Richtung der Starthöhe ansteigen. Somit sollten Myonen in negative x-Richtung abgelenkt werden und Antimyonen in positive x-Richtung. Die Verteilung von Myonen und Antimyonen sieht wie folgt aus:

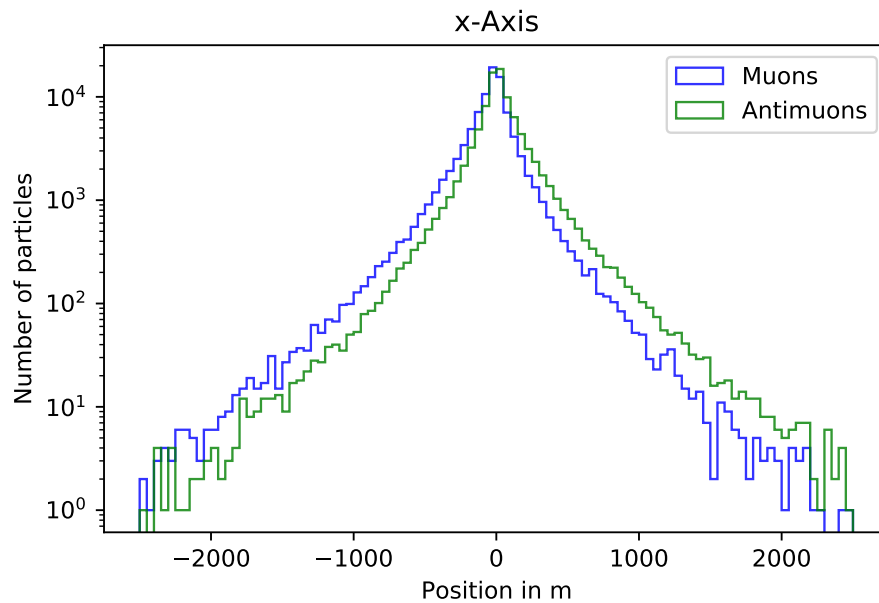


**Abbildung 3.1.:** Verteilung der Myonen und Antimyonen auf der Beobachtungsebene.



**Abbildung 3.2.:** Verteilung der Myonen und Antimyonen in x- und y-Richtung.

Da die Ablenkung nicht sehr stark ist, ist der Effekt in dem 2D-Histogramm von Abbildung 3.1 nicht eindeutig sichtbar. Daher wird die Verteilung in x-Richtung direkt mit der Verteilung in y-Richtung verglichen (siehe Abbildung 3.2). Die Verteilungen sind nahezu symmetrisch um den Mittelpunkt des Schauers. In x-Richtung ist erkennbar, dass sich aufgrund der Ablenkung mehr Teilchen weiter entfernt vom Zentrum befinden.

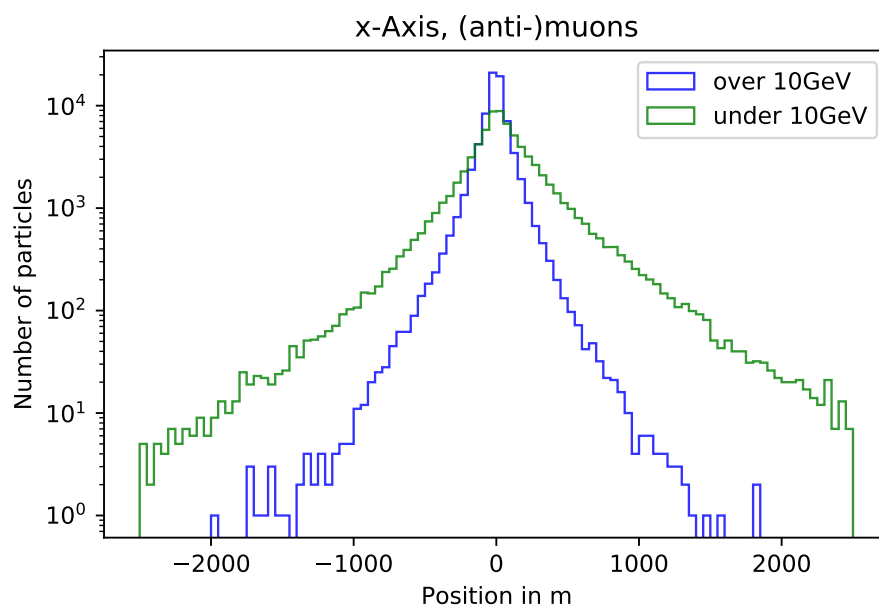


**Abbildung 3.3.:** Verteilung der Myonen und Antimyonen in x-Richtung.

Betrachtet man die Verteilungen in x-Richtung einzeln für Myonen und Antimyonen (siehe Abbildung 3.3) ist ein deutlicher Unterschied erkennbar. Wie zu erwarten kommen mehr Myonen bei einer negativen x-Position auf der Beobachtungsebene auf. Antimyonen kommen häufiger bei einer positiven x-Position auf.

### 3.3. Einfluss der Teilchenenergie

Teilchen mit einer höheren Energie sollten weniger stark vom Magnetfeld abgelenkt werden da ihr Gyroradius größer ist. Um zu überprüfen ob dieser Effekt korrekt in CORSIKA 8 auftritt werden in Abbildung 3.4 Myonen und Antimyonen mit einer Energie über 10 GeV mit Myonen und Antimyonen mit einer Energie unter 10 GeV verglichen.



**Abbildung 3.4.:** Verteilung von Myonen und Antimyonen mit unterschiedlichen Energien in x-Richtung.

Die Teilchen mit einer Energie über 10 GeV befinden sich durchschnittlich näher am Zentrum des Schauers. Dies liegt jedoch nicht nur am Magnetfeld, sondern auch am Lorentz-Boost. Insgesamt werden die Effekte des Magnetfeldes auf unterschiedliche Ladungsvorzeichen und Energien wie erwartet in CORSIKA 8 dargestellt.

## 4. Ausblick

Jetzt, wo das Magnetfeld eingebaut ist, kann die Emission von Radiowellen in CORSIKA 8 eingefügt werden. Zudem könnten auch elektrische Felder ähnlich zu den Magnetfeldern implementiert werden. Diese sind zum Beispiel relevant für Teilchenschauer in einem Gewitter [B<sup>+</sup>07]. In einem elektrischen Feld werden Teilchen durch die Coulombkraft  $F_C$

$$F_C = \frac{dp}{dt} = qE \quad (4.1)$$

in Richtung des E-Feldes beschleunigt

$$p = qEdt \quad (4.2)$$

$$= \frac{q}{v} Edx \quad (4.3)$$

$$p_0 + \frac{q}{v} IE. \quad (4.4)$$

Um dies in einen Leap-Frog-Algorithmus einzubauen muss der Impuls  $p$  im ersten und im zweiten Halbschritt an das elektrische Feld angepasst werden. Für den Boris-Algorithmus sieht dies wie folgt aus [RBT<sup>+</sup>18]:

$$x_{n+\frac{1}{2}} = x_n + \frac{1}{2} \frac{p_n}{p_n} \quad (4.5)$$

$$p_n = p_n + \frac{q}{2V} IE(x_{n+\frac{1}{2}}) \quad (4.6)$$

$$p_{n+1} = p_n + (p_n + (p_n \times \frac{t}{2})) \times s \quad (4.7)$$

$$p_{n+1} = p_{n+1} + \frac{q}{2V} IE(x_{n+\frac{1}{2}}) \quad (4.8)$$

$$x_{n+1} = x_{n+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \frac{p_{n+1}}{p_{n+1}}. \quad (4.9)$$



## 5. Fazit

Eine erste Implementierung von Magnetfeldern in CORSIKA 8 wurde erfolgreich abgeschlossen. Dafür wurden verschiedene Algorithmen zur numerischen Lösung verglichen. Das Magnetfeld ist nun auf die Teilchenschauer anwendbar und kann zum Hinzufügen weiterer Effekte (siehe Kapitel 4) verwendet werden. Für die Verwendung von Magnetfeldern mit extremen Änderungen müssen die Schritte dementsprechend angepasst werden. Dies wäre zum Beispiel für Teilchenschauer in Sonnennähe relevant. Der Leap-Frog-Algorithmus wurde gewählt, da er analytische Schnittpunkte mit Sphären und Ebenen erlaubt. Diese eingeführten Geometrie-Berechnungen sind jedoch nicht optimal, da sie relativ komplex sind und somit die Laufzeit von CORSIKA 8 beeinflussen. Näherungen könnten hier ermöglichen den präziseren Boris-Algorithmus als Alternative einzusetzen. In dem modularen Aufbau von CORSIKA 8 ist eine solche Änderung jederzeit möglich.

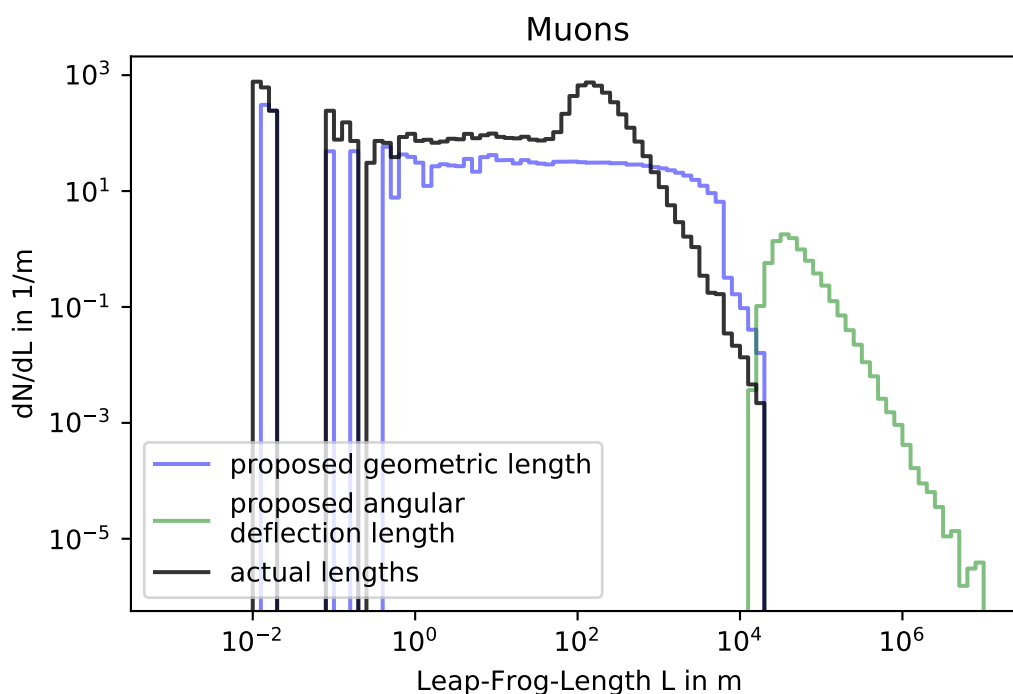




# Anhang

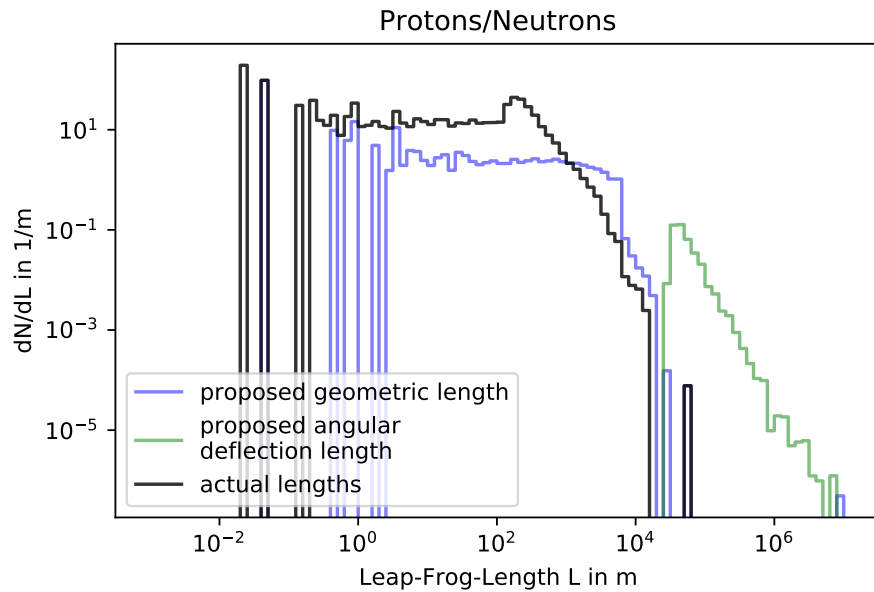
## A. Anhang zu 2.2.1. Luftschauer Ereignisse

Abbildungen A.1 bis A.3 vergleicht die Entfernung zu dem Ereignis, das tatsächlich geschieht, mit den vorgeschlagenen Entfernungen zu den geometrischen und Ablenkungs-Begrenzungen für unterschiedliche Teilchenarten.

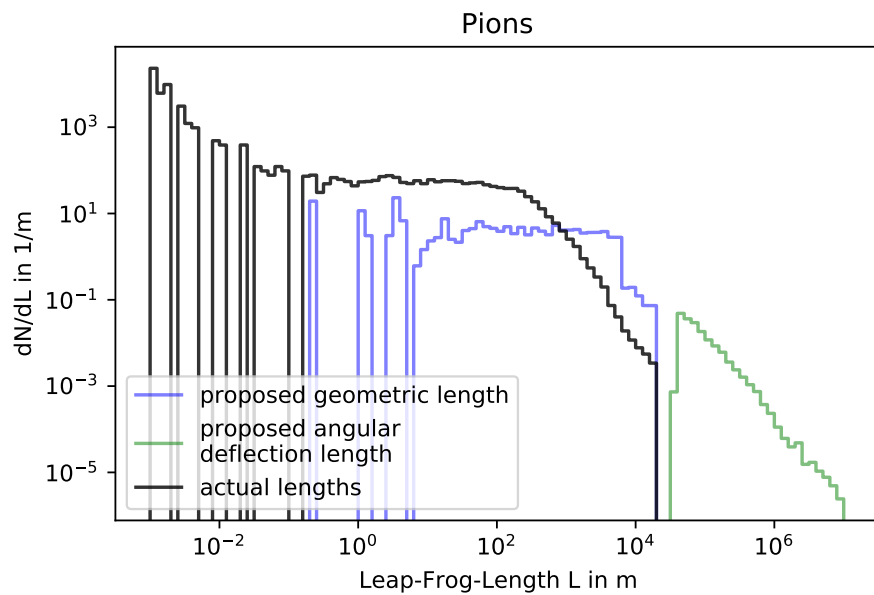


**Abbildung A.1.:** Histogramm zum Vergleich der vorgeschlagenen Längen zu geometrischen und Ablenkungs-Begrenzungen mit den Längen, die tatsächlich verwendet werden, Myonen

Für Myonen sind die vorgeschlagenen Entfernungen zur geometrischen Begrenzung in etwa im selben Bereich wie die Entfernungen der tatsächlichen Ereignisse. Grund dafür ist die lange Lebensdauer der Myonen, wodurch diese atmosphärische Grenzschichten erreichen können. Bei Pionen ist das Gegenteil der Fall. Diese zerfallen oder wechselwirken sehr schnell, weswegen die vorgeschlagenen geometrischen Begrenzungen eine größere Entfernung besitzen.



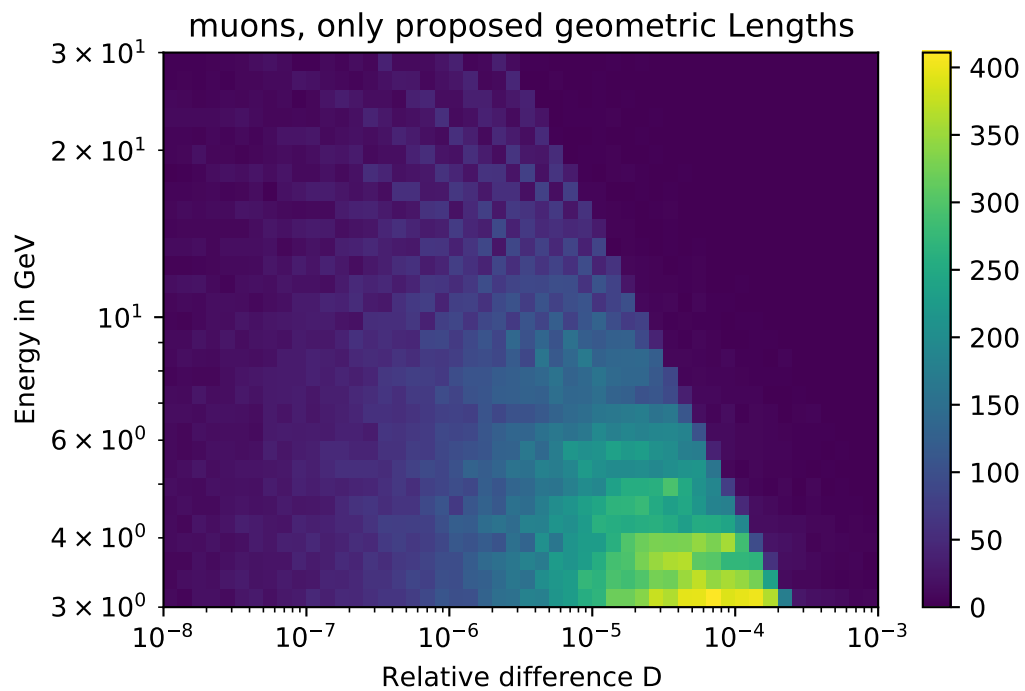
**Abbildung A.2.:** Histogramm zum Vergleich der vorgeschlagenen Längen zu geometrischen und Ablenkungs-Begrenzungen mit den Längen, die tatsächlich verwendet werden, Nukleonen



**Abbildung A.3.:** Histogramm zum Vergleich der vorgeschlagenen Längen zu geometrischen und Ablenkungs-Begrenzungen mit den Längen, die tatsächlich verwendet werden, Pionen

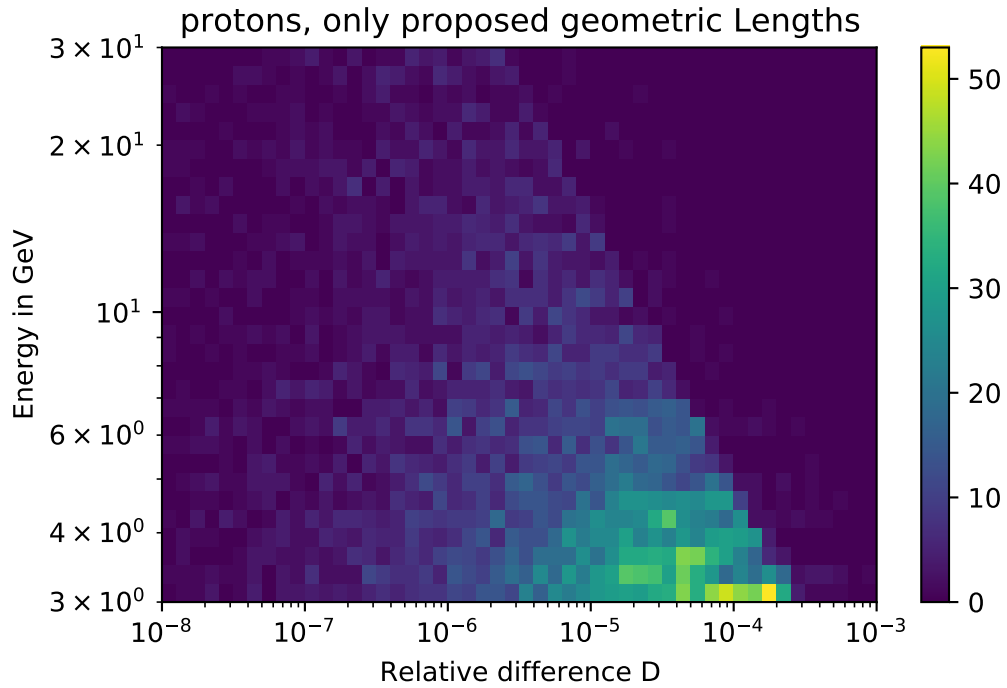
## B. Anhang zu 2.2.2. Schrittlänge

2D-Histogramme für den Zusammenhang zwischen Teilchenenergie und dem relativen Längenunterschied zwischen L und S für unterschiedliche Teilchenarten:

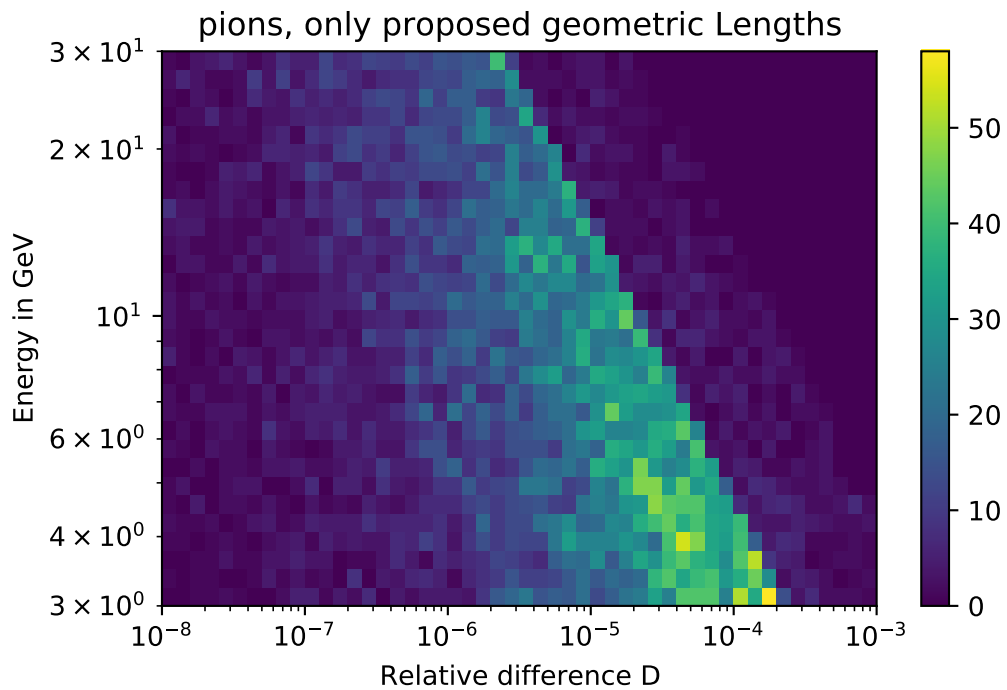


**Abbildung B.4.:** Zusammenhang zwischen Energie und dem relativen Längenunterschied, Myonen

Abbildungen B.4 bis B.6 wurden zur Kontrolle, ob noch andere Effekte für die Differenz von L und S eine Rolle spielen, erstellt. Für Pionen besitzt die Längendifferenz mehr Variation als für Protonen und Myonen.



**Abbildung B.5.:** Zusammenhang zwischen Energie und dem relativen Längenunterschied, Protonen



**Abbildung B.6.:** Zusammenhang zwischen Energie und dem relativen Längenunterschied, Pionen

# Literaturverzeichnis

- [B<sup>+</sup>99] Bleicher, M. *et al.*: *Relativistic hadron hadron collisions in the ultrarelativistic quantum molecular dynamics model*. J. Phys. G, 25:1859–1896, 1999. <https://arxiv.org/abs/hep-ph/9909407>.
- [B<sup>+</sup>07] Buitink, S. *et al.*: *Amplified radio emission from cosmic ray air showers in thunderstorms*. Astron. Astrophys., 467:385–394, 2007. <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0702432>.
- [BL04] Birdsall, Charles K und A Bruce Langdon: *Plasma physics via computer simulation*. CRC press, 2004.
- [COR] *CORSIKA 8; Cascade.h*. <https://gitlab.kit.edu/AirShowerPhysics/corsika/-/blob/master/Framework/Cascade/Cascade.h>. Zugri : 14.10.2020.
- [CS00] Cillis, A und S J Sciutto: *Air showers and geomagnetic field*. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 26(3):309–321, Feb 2000, ISSN 1361-6471. <http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/26/3/309>.
- [Dem17] Demtröder, Wolfgang: *Experimentalphysik 2 : Elektrizität und Optik*, 2017, ISBN 9783662557907. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-55790-7>.
- [EHH<sup>+</sup>19] Engel, Ralph, Dieter Heck, Tim Huege, Tanguy Pierog, Maximilian Reininghaus, Felix Riehn, Ralf Ulrich, Michael Unger und Darko Veberi : *Towards a Next Generation of CORSIKA: A Framework for the Simulation of Particle Cascades in Astroparticle Physics*. Comput. Softw. Big Sci., 3(1):2, 2019. <https://arxiv.org/abs/1808.08226>.
- [EHP11] Engel, Ralph, Dieter Heck und Tanguy Pierog: *Extensive air showers and hadronic interactions at high energy*. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 61:467–489, 2011. <https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.nucl.012809.104544>.
- [HKC<sup>+</sup>98] Heck, D., J. Knapp, J.N. Capdevielle, G. Schatz und T. Thouw: *CORSIKA: A Monte Carlo code to simulate extensive air showers*. Februar 1998. <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/270043064>.
- [HRR03] Haungs, A., H. Rebel und M. Roth: *Energy spectrum and mass composition of high-energy cosmic rays*. Rept. Prog. Phys., 66:1145–1206, 2003. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0034-4885/66/7/202>.
- [Nie96] Nievergelt, Yves: *Intersections of planes and helices, or lines and sinusoids*. SIAM review, 38(1):136–145, 1996. <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/1038007>.
- [Ost11] Ostapchenko, Sergey: *Monte Carlo treatment of hadronic interactions in enhanced Pomeron scheme: I. QGSJET-II model*. Phys. Rev. D, 83:014018, 2011. <https://arxiv.org/abs/1010.1869>.

- [qs] *quartic solver*. <https://github.com/sasami1/Quartic>. Zugri : 06.08.2020.
- [RBT<sup>+</sup>18] Ripperda, B., F. Bacchini, J. Teunissen, C. Xia, O. Porth, L. Sironi, G. Lapenta und R. Keppens: *A Comprehensive Comparison of Relativistic Particle Integrators*. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 235(1):21, Mar 2018, ISSN 1538-4365. <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4365/aab114>.
- [REF<sup>+</sup>20] Riehn, Felix, Ralph Engel, Anatoli Fedynitch, Thomas K. Gaisser und Todor Stanev: *The hadronic interaction model Sibyll 2.3d and extensive air showers*. *Phys. Rev. D*, 102(6):063002, 2020. <https://arxiv.org/abs/1912.03300>.